L'objectif est de résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4 > 0$

On pose $P(x) = 3x^3 + 5x^2 - 4x - 4$

a/ Vérifier que $x = +1$ et $x = -2$ sont solutions de $P(x) = 0$

$P(+1) = 3(+1)^3 + 5(+1)^2 - 4(+1) - 4 = 3(1) + 5(1) - 4(1) - 4 = 3 + 5 - 4 - 4 = 0$

$P(-2) = 3(-2)^3 + 5(-2)^2 - 4(-2) - 4 = 3(-8) + 5(+4) - 4(-2) - 4 = -24 + 20 + 8 - 4 = 0$

b/ Terminer la factorisation de $P(x)$.

Si $P(a) = 0$ alors $P(x) = (x - a).\, Q(x)$ où $Q(x)$ est un polynôme de degré inférieur de 1 à celui de $P(x)$

Donc $P(x) = (x - 1)(x + 2)(ax + b) = (x^2 + x - 2)(ax + b) = ax^3 + (b + a)x^2 + (b - 2a)x - 2b$

Identifions les polynômes (même coefficient pour un même degré)

$\begin{cases} a = 3 \\ b + a = 5 \\ b - 2a = -4 \\ -2b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = +2 \end{cases}$, donc $P(x) = (x - 1)(x + 2)(3x + 2)$.

c/ Terminer la résolution de l'inéquation.

Tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		$-2/3$		$+1$		$+\infty$
$x - 1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x + 2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$3x + 2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$\boldsymbol{P(x)}$		**$-$**	**0**	**$+$**	**0**	**$-$**	**0**	**$+$**	

$\boldsymbol{S =]-2\,;\, -\frac{2}{3}[\cup]+1\,;\, +\infty[}$.