

Résoudre le système suivant
$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \\ -x + y + 2z = -6 \end{cases} .$$

On élimine l'inconnue z en combinant les lignes entre elles.

$$\text{Entre } L_1 \text{ et } L_2 : \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ 2x - y + z = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Par addition : } 3x + y = 2 .$$

$$\text{Entre } L_1 \text{ et } L_3 : \begin{matrix} 2L_1 \\ L_3 \end{matrix} \begin{cases} 2x + 4y - 2z = 2 \\ -x + y + 2z = -6 \end{cases} \Rightarrow \text{Par addition : } x + 5y = -4 .$$

On obtient ainsi un système de deux équations à deux inconnues $(x ; y)$:

$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ x + 5y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} L_1 \\ -3L_2 \end{matrix} \begin{cases} 3x + y = 2 \\ -3x - 15y = 12 \end{cases} .$$

$$\text{Par addition : } -14y = +14 \Leftrightarrow y = -1 .$$

$$\text{Report dans } x + 5y = -4 \Leftrightarrow x - 5 = -4 \Leftrightarrow x = +1 .$$

Report du couple $(x ; y) = (+1 ; -1)$ trouvé dans L_2 du système initial.

$$2x - y + z = 1 \Leftrightarrow 2 + 1 + z = 1 \Leftrightarrow z = -2 .$$

Le triplet solution est : $(x ; y ; z) = (+1 ; -1 ; -2)$.