

Résoudre dans \mathbb{R} : $3x - 2 \leq \frac{2}{x+1}$

On ne peut se débarrasser du dénominateur $x + 1$ car on ne connaît pas son signe, qui influence le changement de sens ou non de l'inéquation.

Ramenons les termes d'un même coté, puis mettons au même dénominateur :

$$3x - 2 - \frac{2}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(3x-2)(x+1) - 2}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2 + x - 4}{x+1} \leq 0$$

Recherchons les racines du numérateur :

$3x^2 + x - 4 = 0$: On remarque que $a + b + c = 0$.

Il y a donc racine évidente $x' = +1$, l'autre racine étant $x'' = c/a = -4/3$.

Le numérateur $x + 1$ admet $x = -1$ pour racine.

D'où le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	$-4/3$	-1	$+1$	$+\infty$	
$3x^2 + x - 4$	+	0	-	-	+	
$x + 1$	-	-	0	-	+	
$R(x)$	-	0	+	 	0	+

$S =]-\infty ; -4/3] \cup]-1 ; +1]$