

Question 1 :

Dans cet exercice, sauf indication contraire, les résultats seront arrondis au centième.

1/ La durée de vie, exprimée en années, d'un moteur pour automatiser un portail fabriqué par une entreprise A , est une variable aléatoire X , qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , où λ est un réel strictement positif.

On sait que $P(X \leq 2) = 0,15$, déterminer la valeur exacte du réel λ .

Dans la suite de l'exercice, on prendra 0,081 pour valeur de λ .

2-a) Déterminer $P(X \geq 3)$.

b) Montrer que, pour tous réels positifs t et h : $P_{X \geq t}(X \geq t + h) = P(X \geq h)$.

c) Le moteur a déjà fonctionné durant 3 ans. Quelle est la probabilité pour qu'il fonctionne encore 2 ans ?

d) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X , et donner une interprétation de ce résultat.

3/ Dans la suite de cet exercice, on donnera des valeurs arrondies à 10^{-3} .

L'entreprise A annonce que le pourcentage de moteurs défectueux dans sa production est égal à 1% .

Afin de vérifier cette affirmation, 800 moteurs sont prélevés au hasard. On constate que 15 moteurs sont détectés défectueux.

Le résultat de ce test remet-il en cause l'annonce de l'entreprise A ? Justifier. On pourra s'aider d'un intervalle de fluctuation.