

Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40% des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25% des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion de bouteilles de « pur jus » est notée x , où x est un réel de l'intervalle $[0 ; 1]$.

Par ailleurs, 20% des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse. On définit les événements suivants :

- R : « la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange » ;
- J : « la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus ».

Partie A :

1/ Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2/ Déterminer la valeur exacte de x .

3/ Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ».

Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

Partie B :

Afin d'avoir une meilleure connaissance de sa clientèle, le directeur du supermarché fait une étude sur un lot des 500 dernières bouteilles de jus de fruits vendues.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de bouteilles de « pur jus » dans ce lot.

On admettra que le stock de bouteilles présentes dans le supermarché est suffisamment important pour que le choix de ces 500 bouteilles puisse être assimilé à un tirage au sort avec remise.

1/ Déterminer la loi suivie par la variable aléatoire X . On en donnera les paramètres.

2/ Déterminer la probabilité pour qu'au moins 75 bouteilles de cet échantillon de 500 bouteilles soient de « pur jus ».

On arrondira le résultat au millième.

Partie C :

Un fournisseur assure que 90% des bouteilles de sa production de pur jus d'orange contiennent moins de 2% de pulpe.

Le service qualité du supermarché prélève un échantillon de 900 bouteilles afin de vérifier cette affirmation.

Sur cet échantillon, 766 bouteilles présentent moins de 2% de pulpe.

1/ Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique de la proportion de bouteilles contenant moins de 2% de pulpe au seuil de 95%.

2/ Que penser de l'affirmation du fournisseur ?