

En prévision d'une élection entre deux candidats A et B, un institut de sondage recueille les intentions de vote de futurs électeurs. Parmi les 1200 personnes qui ont répondu au sondage, 47% affirment vouloir voter pour le candidat A et les autres pour le candidat B.

Compte-tenu du profil des candidats, l'institut de sondage estime que 10% des personnes qui déclarent vouloir voter pour le candidat A ne disent pas la vérité et voteront en réalité pour le candidat B, tandis que 20% des personnes qui déclarent vouloir voter pour le candidat B ne disent pas la vérité et voteront en réalité pour le candidat A.

On choisit au hasard une personne ayant répondu au sondage, et on note :

- $A$  l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat A » ;
- $B$  l'évènement « La personne interrogée affirme vouloir voter pour le candidat B » ;
- $V$  l'évènement « La personne interrogée dit la vérité ».

1/ Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.

2-a) Calculer la probabilité que la personne interrogée dise la vérité.

b) Sachant que la personne interrogée dit la vérité, calculer la probabilité qu'elle affirme vouloir voter pour le candidat A.

3/ Démontrer que la probabilité que la personne choisie vote effectivement pour le candidat A est 0,529.

4/ L'institut de sondage publie les résultats suivants :

52,9% des électeurs\* voteraient pour le candidat A .

\* estimation après redressement, fondée sur un sondage d'un échantillon représentatif de 1.200 personnes.

Au seuil de confiance de 95%, le candidat A peut-il croire en sa victoire ?

5/ Pour effectuer ce sondage, l'institut de sondage a réalisé une enquête téléphonique, à raison de 10 appels par demi-heure.

La probabilité pour qu'une personne contactée accepte de répondre est 0,4 .

L'institut de sondage souhaite obtenir un échantillon de 1200 réponses.

Quel temps, exprimé en heures, l'institut de sondage doit-il prévoir pour atteindre cet objectif ?