

Soit u une suite définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2 + 3u_n}$.

1/ Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

2/ La suite u est-elle arithmétique ?

3/ On suppose que pour tout entier naturel n , on a $u_n \neq 0$ et on définit la suite v telle que $v_n = \frac{1}{u_n}$.

a) Montrer que la suite v est arithmétique et donner ses éléments caractéristiques.

b) Exprimer v_n en fonction de n .

c) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

4/ Etudier la monotonie de u .

5/ Montrer que, pour tout n élément de \mathbb{N} , On a $0 \leq u_n \leq 1$.