La durée de vie, exprimée en heures, d'un agenda électronique est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ , où X est un réel strictement positif.

On rappelle que, pour tout $t \geq 0$: $P(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, dx$.

La fonction R , définie sur $[0\,;+\infty[$ par $R(t) = P(X > t)$ est appelée *fonction de fiabilité*.

1/ *Restitution organisée des connaissances* :

a) Démontrer que, pour tout $t \geq 0$, on a : $R(t) = e^{-\lambda t}$.

b) Démontrer que la variable X suit une loi de durée de vie *sans vieillissement* , c'est-à-dire que, pour tout réel $s \geq 0$, la probabilité conditionnelle $P_{X > t}(X > t + s)$ ne dépend pas du nombre $t \geq 0$.

2/ Dans cette question, on prend $\lambda = 0{,}000\,26$.

a) Calculer $P(X \leq 1\,000)$ et $P(X > 1\,000)$.

b) Sachant que l'évènement $(X > 1\,000)$ est réalisé, calculer la probabilité de l'évènement $(X > 2\,000)$.

c) Sachant qu'un agenda a fonctionné plus de 2 000 heures, qu'elle est la probabilité qu'il tombe en panne avant 3 000 heures ? Pouvait-on prévoir ce résultat ?