

n désigne un entier naturel non nul.

On note f_n la fonction définie sur \mathbb{R} par $f_n(x) = e^{-nx^2}$ et (C_n) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1/ Dresser le tableau de variation de f_n .

2-a) Montrer que la dérivée seconde de f_n s'annule pour deux valeurs opposées a_n et b_n .

b) On note A_n et B_n les points de (C_n) d'abscisses respectives a_n et b_n .

Démontrer que lorsque n varie dans \mathbb{N}^* , les points A_n et B_n restent sur une même droite.

Démontrer que lorsque n varie dans \mathbb{N}^* , les tangentes en A_n et B_n à la courbe (C_n) passent par un point fixe.

Préciser les coordonnées de ce point.

3/ Tracer les courbes (C_1) et (C_3) . Placer les points A_1, B_1, A_3 et B_3 et les tangentes respectives.