

Soit la suite (u_n) telle que $u_1 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$.

a) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.

b) Déterminer le réel α tel que $u_{n+1} - \alpha = \frac{1}{2}(u_n - \alpha)$.

c) Soit la suite (v_n) telle que $v_n = u_n - \alpha$. Montrer que (v_n) est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.

d) En déduire l'écriture de v_n et u_n en fonction de n . Calculer leurs limites lorsque n devient infini.