

On définit la suite (u_n) par :
$$\begin{cases} u_0 \in \mathbb{N}, u_0 \geq 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1/ Montrer que la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 3$, est une suite géométrique.

En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n .

2/ Déterminer les nombres entiers u_0 tels que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, 3^{u_n} soit le cube d'un entier naturel.

3/ On suppose $u_0 = 4$. Déterminer toutes les valeurs entières de n telles que $3^{u_n} - 1$ soit un multiple de 11.