

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x - x^2$ .

1/ Etablir un tableau des valeurs de  $f(x)$ , pour  $x$  variant par pas de 0,5 sur l'intervalle  $[-2 ; +3]$ .

2-a) Vérifier que  $f(x) = \frac{1}{4} - (x - \frac{1}{2})^2$  (1).

b) En déduire le tableau de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . On étudiera séparément les intervalles  $] -\infty ; \frac{1}{2} ]$  et  $[\frac{1}{2} ; +\infty[$ .

3-a) Utiliser les résultats précédents pour montrer que  $x - x^2 \leq \frac{1}{4}$ , pour tout  $x$  réel.

b) Retrouver ce résultat à partir de la formule (1).