Soit les suites (a_n) et (b_n) telles que $a_0 = 2$, $b_0 = 4$ et $\begin{cases} a_{n+1} = \dfrac{1}{4}(a_n + 3b_n) \\ b_{n+1} = \dfrac{1}{4}(3a_n + b_n) \end{cases}$, pour tout entier naturel.

1/ Soit la suite (u_n) telle que $u_n = a_n + b_n$ pour tout entier naturel.

Montrer que la suite (u_n) est constante, et donner la valeur de u_n .

2/ Soit la suite (v_n) telle que $v_n = a_n - b_n$ pour tout entier naturel.

Montrer que la suite (v_n) est géométrique et convergente.

Calculer v_n en fonction de n , et sa limite lorsque n tend vers l'infini.

3/ Exprimer a_n et b_n en fonction de n , et montrer qu'ils admettent une limite commune que l'on déterminera.

4/ Les suites (a_n) et (b_n) sont-elles adjacentes ?