

1/ Soient a et b deux nombres entiers naturels dont la somme et le produit ont pour $PGCD$ le carré d'un nombre premier p .

a) Montrer que p^2 divise a^2 (on pourra remarquer que $a^2 = a(a + b) - ab$).

En déduire que p divise a et que p divise b .

b) Démontrer que $PGCD(a ; b)$ est soit p , soit p^2 .

2/ On cherche à déterminer les entiers naturels a et b tels que :

$$PGCD(a + b ; ab) = 49 \text{ et } PPCM(a ; b) = 231 .$$

a) Soient a et b deux tels entiers. Montrer que $PGCD(a ; b) = 7$.

b) Quelles sont les solutions au problème posé.