

1/ Soit $P(x)$ un polynôme tel que $a \in \mathbb{R}$ soit solution de $P(x) - x = 0$.

Montrer qu'alors, a est solution de $P[P(x)] - x = 0$.

2/ Soit $P(x) = x^2 - 3x - 2$.

a) Calculer $P[P(x)]$.

b) Vérifier que l'équation $P[P(x)] - x = 0$ équivaut à l'équation $E \mid x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 20x + 8 = 0$.

3/ Résoudre $P(x) = x$. On notera α et β ses solutions.

4/ En utilisant la question 1/, montrer que $P[P(x)] - x = (x - \alpha)(x - \beta)(ax^2 + bx + c)$, où a, b, c sont des nombres réels à déterminer.

5/ En déduire la résolution de l'équation (E) .