## Nombres Complexes – Applications Géométriques

Repère (O ; $\overrightarrow{u}$ ; $\overrightarrow{v}$) du plan affine $E_2$ : **Tout point M($x$ ; $y$) a pour affixe** $z_M = x + iy$.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $Z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$ (extrémité – origine) : $z_M$ est en fait $Z_{\overrightarrow{OM}} = z_M - z_O$ .

$$Z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = (x_B - x_A) + i(y_B - y_A) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}.$$

$$Z_{\overrightarrow{AB}} = r(\cos\theta + i\sin\theta) = [r\,;\theta] = r.e^{i\theta} \Leftrightarrow r = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \text{ et } \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{x_B - x_A}{r} \\ \sin\theta = \dfrac{y_B - y_A}{r} \end{cases} \text{ avec } \theta = (\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{AB})$$

### Passage du vecteur $\overrightarrow{AB}$ au vecteur $\overrightarrow{CD}$

$Z = \dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A} = \dfrac{Z_{\overrightarrow{CD}}}{Z_{\overrightarrow{AB}}} = [r\,;\theta] = r.e^{i\theta}$ est le nombre complexe de ***passage*** de $\overrightarrow{AB}$ vers $\overrightarrow{CD}$ .

$r = \dfrac{CD}{AB}$ rapport des normes et $\theta = (\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{CD})$ angle polaire de $\overrightarrow{AB}$ vers $\overrightarrow{CD}$ .

### Exemples

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{Z_{\overrightarrow{AC}}}{Z_{\overrightarrow{AB}}} = i = [\,1\,;\frac{\pi}{2}\,] = e^{i\pi/2} \Leftrightarrow \frac{AC}{AB} = 1 \Leftrightarrow AC = AB \text{ et } (\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}) = +\frac{\pi}{2}\ (90°).$$

Le triangle ABC est rectangle isocèle direct, de sommet A .

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{Z_{\overrightarrow{AC}}}{Z_{\overrightarrow{AB}}} = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = [\,1\,;-\frac{\pi}{3}\,] = e^{-i\pi/3} \Leftrightarrow \frac{AC}{AB} = 1 \Leftrightarrow AC = AB \text{ et } (\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{3}\ (-60°).$$

Le triangle ABC est équilatéral.

$$Z_{\overrightarrow{AB}} = Z_{\overrightarrow{DC}} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

(ABCD) est un parallélogramme

### Equations Cartésiennes de Figures du Plan

Cercle (C) de centre A , de rayon R : $M_z \in (C) \Leftrightarrow AM = R \Leftrightarrow |z - z_A| = R$ .

Médiatrice (Δ) du segment [AB] : $M_z \in (D) \Leftrightarrow MB = MA \Leftrightarrow |z - z_B| = |z - z_A$-

*Nombres Complexes :* Cours 3 | Formulaire | Fiche résumé 1 | Fiche résumé 2 (Site Paul MILAN)

*Exemples :*

Enoncé 1 | Enoncé 2 | Enoncé 3 | Enoncé 4

Corrigé 1 | Corrigé 2 | Corrigé 3 | Corrigé 4