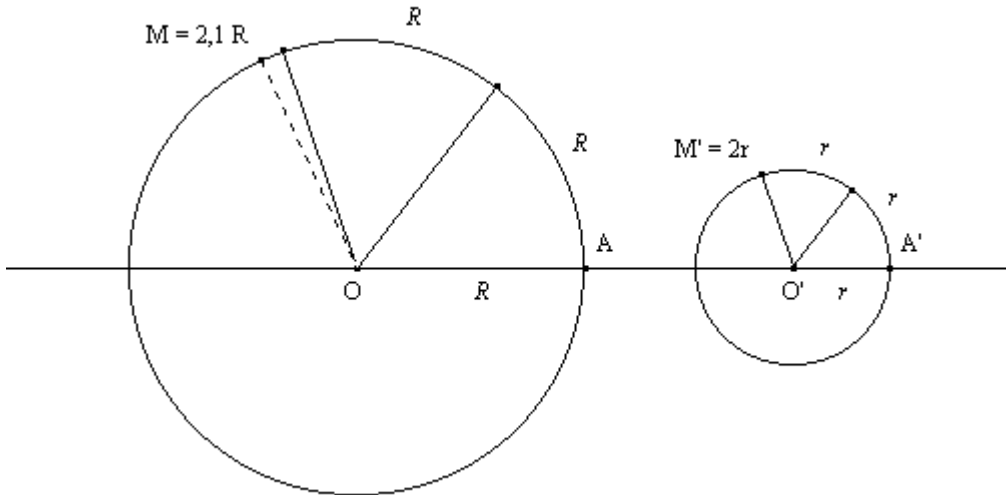


**Origine de l'unité de mesure Radian :**

Depuis l'antiquité, les mathématiciens avaient remarqué, qu'en reportant, avec une ficelle, une longueur de un rayon sur la circonférence d'un cercle, on déterminait toujours le même *angle au centre*, quelle que soit la taille du cercle.

Cette propriété remarquable donnait ainsi le moyen de comparer des angles définis sur des cercles de rayons différents.

Si dans un premier cercle, l'angle au centre proposé détermine sur la circonférence un *arc* de 2,1 rayons, et que dans un second cercle, un autre angle au centre *n'intercepte* qu'un arc de 2 rayons, le premier angle est d'une taille supérieure au second.



On conclue :  $(\vec{OA} ; \vec{OM}) > (\vec{O'A'} ; \vec{O'M'})$ .

*En face d'un arc de longueur "1 Rayon" se trouve toujours un même angle au centre.*

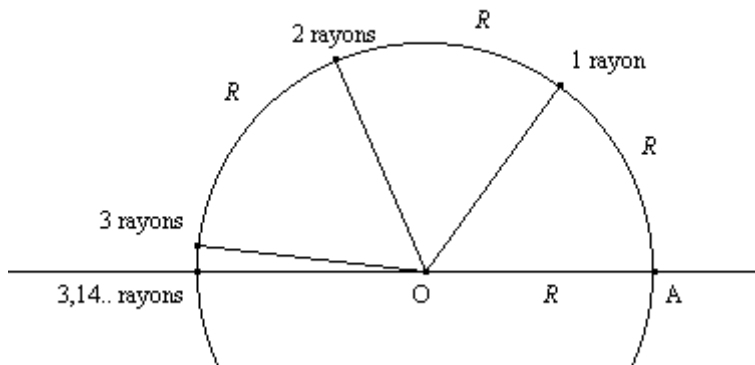
Cet angle remarquable fût appelé : 1 RADIAN.

Le Radian est l'angle au centre, qui dans tout cercle, intercepte un arc ayant pour longueur "un Rayon"

Pour simplifier : "Autant de rayons" = "autant de radians", "Angle de 3 radians" = "arc de 3 rayons".

**Le nombre pi ( $\pi$ ) :**

Combien y a t'il de *radians* dans un  $\frac{1}{2}$  tour ( $180^\circ$ ) : Un peu plus de 3 radians, car l'arc intercepté fait un peu plus de 3 rayons.



Tout le problème est dans les "petits points" derrière 3,14 :

Malgré des calculs de plus en plus précis, impossible d'arrêter le nombre (appelé  $\pi$ ) à un nombre de décimales fini, donc impossible d'écrire  $\pi$  sous forme d'une fraction ( $\frac{22}{7}$  en est une valeur approchée) .

Le nombre  $\pi$  est un nombre *irrationnel* , donc au nombre de décimales infini, *sans aucune période* (répétition) *dans sa partie décimale* .

Au Palais de la Découverte, à Paris, au plafond d'une salle ronde, on peut lire les 10.000 premières décimales exactes du nombre  $\pi$  , et y vérifier qu'il n'y a jamais de séquence répétitive.

Des ordinateurs puissants l'ont depuis vérifié jusqu'à plusieurs milliards de décimales.

Ce problème de l'*irrationalité* de  $\pi$  a des conséquences sur le langage courant :

Ainsi, l'expression "Vouloir résoudre la quadrature du cercle", qui signifie, vouloir résoudre un problème impossible, a pour origine le calcul de  $\pi$  .

Les anciens cherchaient la longueur  $a$  du côté d'un carré dont l'aire serait égale à celle d'un cercle de rayon  $R$  , soit :  $a^2 = \pi R^2$

$\Leftrightarrow \pi = \frac{a^2}{R^2}$  . Pour qu'il y ait solution, il aurait fallu que  $\pi$  puisse s'écrire comme une fraction de nombres entiers, ce qui est impossible. ("quadrature du cercle" veut dire "carré et cercle de même aire").

Retour au radian :

$$1/2 \text{ tour} = \pi \text{ radians} = 180^\circ \Rightarrow 1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57,3^\circ .$$

*Traduction d'un angle, de radians en degrés :*

$$1 \text{ radian} = \frac{180^\circ}{\pi} \Rightarrow x \text{ radians} = \frac{180 \times x}{\pi} \text{ degrés} \quad (0,87 \text{ radian} = \frac{180 \times 0,87}{\pi} = 49,85^\circ).$$

*Traduction d'un angle, de degrés en radians :*

$$180^\circ = \pi \text{ radians} \Leftrightarrow 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ radian} \Leftrightarrow x^\circ = \frac{\pi \times x}{180} \text{ radian} \quad (18^\circ = \frac{\pi \times 18}{180} = \frac{\pi}{10} \approx 0,314 \text{ radian})$$