Définition 1

Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses cotés opposés sont parallèles <u>deux à deux</u>

$(ABCD)$ parallélogramme $\Leftrightarrow$ $AB \,//\, CD$ et $AD \,//\, BC$

Il est important de noter que « si et seulement si » signifie que la propriété est vraie dans les deux sens :

Si c'est un parallélogramme, ses cotés opposés sont parallèles <u>deux à deux</u>
A l'inverse, si ses cotés opposés sont parallèles <u>deux à deux</u>, c'est un parallélogramme.

Définition 2 (équivalente)

Un quadrilatère est un parallélogramme si et seulement si ses cotés opposés sont égaux <u>deux à deux</u>

$(ABCD)$ parallélogramme $\Leftrightarrow$ $AB = CD$ et $AD = BC$

Définition 3 (équivalente)

Un quadrilatère est un *parallélogramme* si et seulement si *deux* cotés opposés sont, <u>*à la fois*</u>, parallèles et égaux

$$(ABCD) \text{ parallélogramme } \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} AB \,//\, CD \text{ et } AB = CD \\ ou \\ AD \,//\, BC \text{ et } AD = BC \end{array} \right\}$$

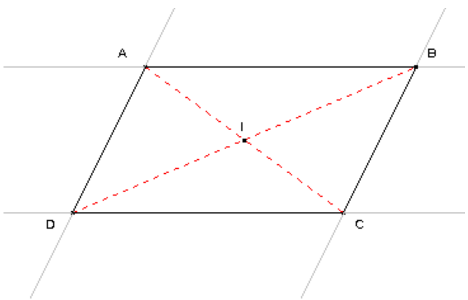
l'une ou l'autre des lignes suffit pour être parallélogramme

Définition 4 (équivalente)

Un quadrilatère est un *parallélogramme* si et seulement si ses deux diagonales ont même milieu

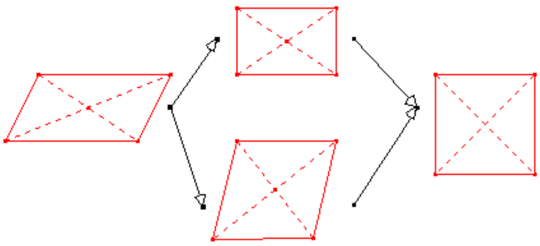
$(ABCD)$ parallélogramme $\Leftrightarrow$ I milieu de AC et milieu de BD

Cette dernière définition, illustrée par le schéma ci-dessous, montre que le milieu I, commun aux deux diagonales, est *centre de symétrie* du parallélogramme.



On peut donc affirmer que si l'on symétrise deux points A et B par rapport à un troisième I, non aligné avec les deux premiers, on obtient un parallélogramme $(ABCD)$.

Transformations du parallélogramme : ***Parallélogramme*** $\left\langle \begin{array}{c} \textbf{\textit{Rectangle}} \\ \textbf{\textit{Losange}} \end{array} \right\rangle$ ***Carré***



Le rectangle est un parallélogramme dont deux cotés consécutifs sont perpendiculaires Le rectangle est un parallélogramme dont les diagonales sont égales

Le losange est un parallélogramme dont deux cotés consécutifs sont égaux Le losange est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires

Le carré est un parallélogramme qui est à la fois rectangle et losange.

Théorème des Milieux

Le segment qui joint les milieux de deux cotés d'un triangle est parallèle et égal à la moitié du troisième coté

La droite des milieux $B'C'$ vérifie : $B'C' \,//\, BC$ et $B'C' = \dfrac{BC}{2}$