<u>Equation de la tangente à un graphe :</u>

Soit $A(x_A\ ;\ y_A)$ un point de la courbe représentative (graphe) C_f de la fonction f, ce qui impose $y_A = f(x_A)$.

Soit $T_A : y = ax + b$ l'équation de la tangente en A à ce graphe.

La pente (coefficient directeur) d'une tangente à un graphe en l'un de ses points est donnée par la valeur de la dérivée en ce point.

Donc : $a = f'(x_A)$. L'équation devient $T_A : y = f'(x_A)\, x + b$.

Imposons à cette tangente de passer par le point $A(x_A\ ;\ f(x_A))$, ce qui signifie que les coordonnées de ses points vérifient l'équation de $T_A : y = f'(x_A)\, x + b$.

$A(x_A\ ;\ f(x_A)) \in T_A \Leftrightarrow f(x_A) = f'(x_A).x_A + b \Leftrightarrow b = f(x_A) - f'(x_A).x_A$,

d'où $T_A : y = f'(x_A).x + f(x_A) - f'(x_A).x_A$, soit :

$$T_A :\ y = f'(x_A).x + [f(x_A) - f'(x_A).\, x_A] .$$

Le résultat est bien de la forme $y = A\, x + B$, équation d'une droite , avec :

$$\begin{cases} A = f'(x_A) \\ B = f(x_A) - f'(x_A).x_A \end{cases}$$

Le résultat est généralement présenté sous la forme :

$$T_A \mid y = f'(x_A).(\, x - x_A) + f(x_A) ,$$

ou encore, en appelant a l'abscisse du point A.

Equation de la tangente à C_f en a : $T_a : y = f'(a)(x - a) + f(a)$

Exemple **:**

Donner l'équation de la tangente au graphe de la fonction suivante en $x = +1$.

$g : x \rightarrow g(x) = x^2 + 3x - 4$.

$g(x) = x^2 + 3x - 4 \Rightarrow g'(x) = 2x + 3$.

L'équation de la tangente à G_g en $x = a$ est $T_a : y = g'(a)(\, x - a) + g(a)$.

$T_1 : y = g'(1)(x - 1) + g(1) \Leftrightarrow T_1 :\ y = 5(x - 1) + 0$.

L'équation cherchée est $\boldsymbol{T_1 :\ y = 5x - 5}$.