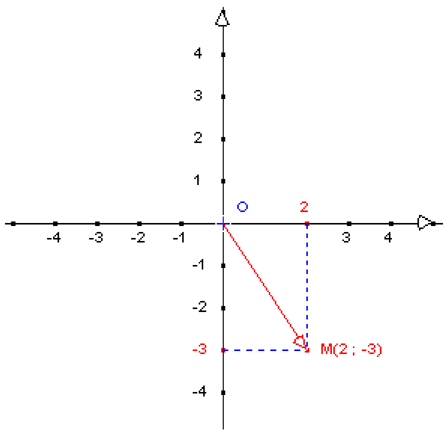
Droites affines $D : y = a\,x + b$ **- Interprétation de** a **et** b **:**

Soit un repère $R(O\,,I\,,J)$.

Dire que le point M a pour coordonnées $(x\,;y)$ signifie que $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.

Ainsi : $M(2\,;-3)$ signifie $\overrightarrow{OM} = 2\,\vec{i} - 3\,\vec{j}$, comme confirmé par la figure suivante :



Dire que l'équation d'une droite est $D : y = a\,x + b$,
c'est donner la condition que doivent vérifier les coordonnées
d'un point $M(x\,;y)$ pour qu'il appartienne à cette droite :

$$M(x\,;y) \in (D) \iff y = a\,x + b$$

Le point $M(x\,;y)$ est situé sur la droite (D) si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de cette droite .

$A(2\,;-1) \in D : y = 2x - 5$ car $-1 = 2\times 2 - 5$ mais $B(-3\,;-1) \notin D' : y = x + 1$ car $-1 \neq -3 + 1$.

Toute droite affine <u>*non verticale*</u> du plan a une équation cartésienne de type $D : y = a\,x + b$

On appelle *équation réduite* de D , une équation de la forme $y = ax + b$ (ne convient pas aux droites verticales).

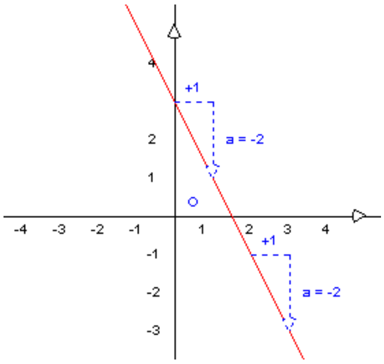
On appelle *équation généralisée* de D , une équation de la forme $Ax + By + C = 0$ (convient à toutes les droites).

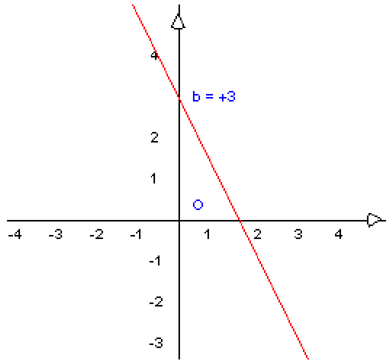
Interprétation de a :

Coefficient directeur de la droite (encore appelé *pente*) : a est la quantité dont monte ou descend la droite lorsque l'abscisse augmente d'une unité (a est ce dont on monte ou descend quand on avance de +1)

Interprétation de b :

Ordonnée à l'origine : b est la hauteur à laquelle passe la droite (D) au dessus ou en dessous de l'origine O du repère





La droite précédente a pour équation cartésienne $D : y = \mathbf{-2}x + \mathbf{3}$ **.**

Son *coefficient directeur (pente)* est $a = -2$, puisqu'elle descend de 2 en avançant de 1 , et sa hauteur à l'origine est $b = +3$.

Droite affine dont on connaît deux points :

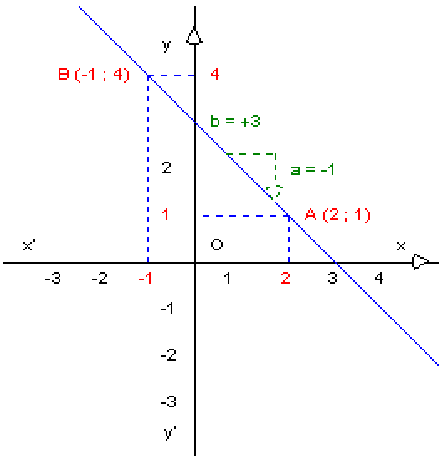
Le coefficient directeur d'une droite affine est égal à la pente calculée entre deux de ses points : $$a = p_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_{extrémité} - y_{origine}}{x_{extrémité} - x_{origine}} .$$

Ainsi, pour une droite (D) qui passe par les points A (2 ; 1) et B (-1 ; 4) :

Le coefficient directeur est $a = p_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - 1}{(-1) - 2} = \frac{+3}{-3} = -1$.

En remplaçant a par -1, on utilise ensuite l'appartenance d'un des points à cette droite :

$M(x ; y) \in (D) \Leftrightarrow y = -x + b$ donc $A(2 ; 1) \in (D) \Leftrightarrow 1 = -2 + b \Leftrightarrow b = +3$



La droite (D) a pour équation : $\mathbf{D : y = -x + 3}$ **.**

Tracé d'une droite dont on connaît l'équation :

Il est possible de tracer en exploitant directement la signification de a et b .

On part du point $B(0 ; b)$, ordonnée à l'origine, puis en avançant d'<u>une</u> unité horizontale, on <u>monte ou descend</u> de a , pour obtenir un autre point A de la droite (D) , que l'on peut ensuite tracer.

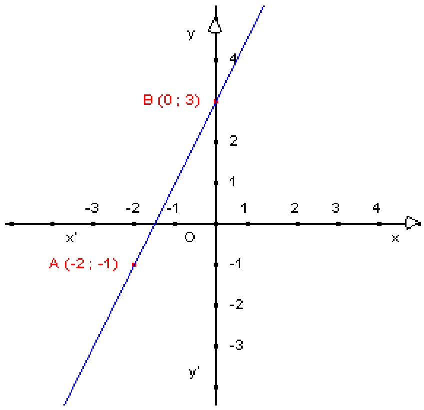
Une autre méthode consiste à dresser un tableau pour déterminer deux points de (D) .

<u>Exemple</u> : **Tracer la droite $D : y = 2x + 3$ après en avoir déterminé deux points.**

On choisit arbitrairement deux valeurs de x, puis on calcule y en remplaçant dans l'équation de la droite :

x	-2	0
$y = 2x + 3$	-1	+3

La droite (D) passe par les points A (-2 ; -1) et B (0 ; +3)



Intersection de deux droites affines :

> Si un point est commun à deux droites affines non parallèles,
> ses coordonnées satisfont aux équations de chacune des deux droites :
>
> $$M(x\,;y) \in (D) \cap (D') \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{array}\right\} \text{ d'où : } ax + b = a'x + b'.$$

Cette dernière équation ne contient plus que des x , raison pour laquelle on la nomme « *Equation aux abscisses* »

Elle permet de calculer *l'abscisse* du point d'intersection, qui ensuite reportée dans <u>l'une ou l'autre</u> des équations de droites, permet de calculer son *ordonnée*.

<u>Exemple</u> : **Recherche du point d'intersection J des droites $D_1 : y = x + 2$ et $D_2 : y = -x - 1$:**

$$J\,(x\,;y) \in D_1 \cap D_2 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y = x + 2 \\ y = -x - 1 \end{array}\right\} \text{ d'où : } x + 2 = -x - 1 \Leftrightarrow 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

Report de ce résultat dans l'équation de D_1 : $y = -\frac{3}{2} + 2 = +\frac{1}{2} \Rightarrow D_1 \cap D_2 = \{\, J\,(-\frac{3}{2}\,; +\frac{1}{2})\,\}$.