

Résolution d'équations

Résoudre une équation d'inconnue x , c'est trouver la ou les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vérifiée.

Racine du binôme du 1er degré :

Si $a \neq 0$, résoudre $ax + b = 0$ admet pour solution, appelée racine de l'équation, le nombre $x = -\frac{b}{a}$.

$$-2x + 5 = 0 \Leftrightarrow -2x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{-5}{-2} = +\frac{5}{2}, \text{ résultat obtenu directement par la formule : } x = -\frac{b}{a} = -\frac{+5}{-2} = +\frac{5}{2}.$$

Pour qu'un produit soit nul, il faut et il suffit que l'un ou l'autre des facteurs du produit soit nul

$$(ax + b)(a'x + b') = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} ax + b = 0 \Leftrightarrow x_1 = -\frac{b}{a} \\ \text{ou} \\ a'x + b' = 0 \Leftrightarrow x_2 = -\frac{b'}{a'} \end{array} \right\}, \text{ d'où : } S = \left\{ -\frac{b}{a}; -\frac{b'}{a'} \right\}.$$

Exemples :

$$(2x + 3)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \\ \text{ou} \\ x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = +2 \end{array} \right\}, \text{ d'où : } S = \left\{ -\frac{3}{2}; +2 \right\}, \text{ valeurs de } x \text{ annulant le produit.}$$

Résoudre une équation peut imposer une factorisation préalable :

$$(5x - 2)^2 - (x + 1)(5x - 2) = (5x - 2)\underline{(5x - 2)} - (x + 1)\underline{(5x - 2)} = (5x - 2)[(5x - 2) - (x + 1)] = (5x - 2)(5x - 2 - x - 1),$$

$$\text{soit } (5x - 2)(4x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = +\frac{2}{5} \\ \text{ou} \\ 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = +\frac{3}{4} \end{array} \right\}, \text{ d'où : } S = \left\{ +\frac{2}{5}; +\frac{3}{4} \right\}.$$

Factorisation de forme $A^2 - B^2$

$$(4x + 1)^2 - (x + 2)^2 = 0 \text{ est une équation de forme } A^2 - B^2 = (A + B)(A - B).$$

$$[(4x + 1) + (x + 2)][(4x + 1) - (x + 2)] = 0 \Leftrightarrow (4x + 1 + x + 2)(4x + 1 - x - 2) = 0,$$

$$\text{soit } (5x + 3)(3x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \\ \text{ou} \\ 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = +\frac{1}{3} \end{array} \right\}, \text{ d'où : } S = \left\{ -\frac{3}{5}; +\frac{1}{3} \right\}.$$