

Développer - Factoriser

La multiplication est distributive par rapport à l'addition ou la soustraction

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Utilisée dans le sens : $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$, on dit que l'on distribue a sur la somme $b + c$. (ou que l'on *développe*)

Utilisée dans le sens : $(a \times b) + (a \times c) = a \times (b + c)$, on dit que l'on factorise le nombre a commun aux deux termes de la somme.

Exemples de distribution (développement) :

$$A = 3x(2x - 3) = (3x)(2x) - 3(3x) = 6x^2 - 9x$$

$$B = (-x + 1)(2x - 4) = -x(2x - 4) + 1(2x - 4) = -2x^2 + 4x + 2x - 4 = -2x^2 + 6x - 4$$

Double distribution :

Pour accélérer le calcul, il faut utiliser $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$, expression où l'on a successivement distribué a puis b .

$$C = (x - 5)(x + 3) - (x - 2)^2 = (x - 5)(x + 3) - (x - 2)(x - 2) = (x^2 + 3x - 5x - 15) - (x^2 - 2x - 2x + 4)$$

$$C = x^2 + 3x - 5x - 15 - x^2 + 2x + 2x - 4 = 2x - 19$$

On peut encore accélérer les calculs en utilisant les identités remarquables

Carré d'une somme	:	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Carré d'une différence	:	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Différence de deux carrés	:	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$\text{Ainsi : } D = (x + 5)^2 - 2x(x - 4) = (x^2 + 10x + 25) - (2x^2 - 8x) = x^2 + 10x + 25 - 2x^2 + 8x = -x^2 + 18x + 25$$

Exemples de factorisation :

Il faut chercher le terme commun aux sommes et différences proposées

$$A = 3xy + 6y^2 = 3y(x) + 3y(2y) = 3y(x + 2y)$$

$$B = (x + 1)(2x - 3) - (x + 1)^2 = (x + 1)(2x - 3) - (x + 1)(x + 1) = (x + 1)[(2x - 3) - (x + 1)]$$

$$B = (x + 1)(2x - 3 - x - 1) = (x + 1)(x - 4)$$

$$C = (4x - 2)(x + 3) - x(2x - 1) = 2(2x - 1)(x + 3) - x(2x - 1) = (2x - 1)[2(x + 3) - x] = (2x - 1)(x + 6)$$