Définition de la fonction logarithme népérien : $g(x) = ln(x)$

$g(x) = ln(x)$ est **définie sur $]0 ; +\infty[$**, et est la réciproque de $f(x) = e^x$, bijective de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}^{*+}$, continue, strictement croissante.

$y = f(x) \Leftrightarrow x = f^{-1}(x)$ donc $y = exp(x) = e^x \Leftrightarrow x = ln(y)$: $e^0 = 1 \Leftrightarrow ln(1) = 0$, $e^1 = e \Leftrightarrow ln(e) = 1$

Résumé des formules

$a, b > 0, n \in \mathbb{N}$: $ln(1) = 0$; $ln(a \times b) = ln(a) + ln(b)$; $ln(\frac{1}{a}) = -ln(a)$; $ln(\frac{a}{b}) = ln(a) - ln(b)$; $ln(a^n) = n\, ln(a)$

Dérivées : $ln'(x) = \frac{1}{x} > 0$ $[ln(u)]' = \frac{u'}{u}$

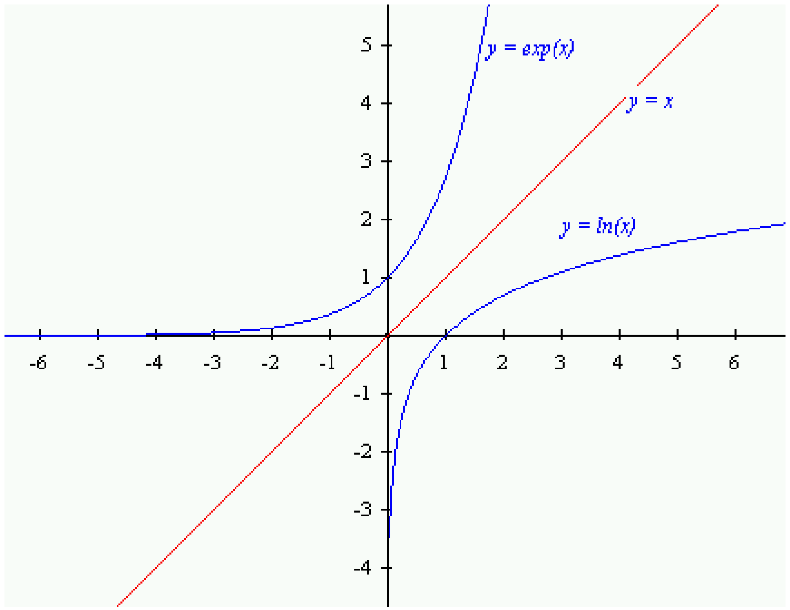
Sens de Variation

Le ***logarithme népérien*** est ***strictement croissant*** : $a > b \Leftrightarrow ln(a) > ln(b)$ ($0 < x < 1 \Leftrightarrow ln(x) < 0$, $x \geq 1 \Leftrightarrow ln(x) \geq 0$)

La fonction ***logarithme népérien*** est ***injective*** : $ln(a) = ln(b) \Leftrightarrow a = b$

Tableau de Variation

x	0		1		e		$+\infty$
$ln'(x)$		+	1	+	$\frac{1}{e}$	+	
$ln(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$



Démonstration de $ln'(x) = \frac{1}{x}$

$(e^u)' = u'.e^u \Rightarrow (e^{\ln x})' = (\ln x)'.e^{\ln x}$, or $e^{\ln x} = x \Rightarrow (x)' = (\ln x)'.x$,

D'où : $1 = x.(\ln x)' \Leftrightarrow (\ln x)' = (ln)'(x) = \frac{1}{x}$.

Vidéos **Maths et Tiques (Yvan MONKA) :** Cours PDF Cours Vidéo Log. (1) Log. (2) Log. (3) Log. (4) Log. (5)

Exercices **JMedu** **Enoncés** e2211 e3932 e1378 e4396 e4063 **Corrigés** s2211 s3932 s1378 s4396 s4063