Formes Indéterminées

Ne pas confondre un résultat indéterminé avec un résultat impossible

Ainsi : en $x = 1$, $\frac{x^2+3x-4}{x^2+x-2} = \frac{0}{0}$ est *indéterminé* , puisque $\frac{0}{0} = y \Leftrightarrow 0.y = 0$, *vrai pour tout* $y \in \mathbb{R}$.

Face à une forme indéterminée, il faut choisir une valeur pour y

tandis que : en $x = 1$, $\frac{x^2+4x-4}{x^2+x-2} = \frac{1}{0}$ est *impossible* , puisque $\frac{1}{0} = y \Leftrightarrow 0.y = 1$, *irréalisable* dans $\mathbb{R}$.

Les principales *formes indéterminées* sont $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \times \infty$, $\infty - \infty$

Forme indéterminée $\frac{0}{0}$: $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2+3x-4}{x^2+x-2}$ S'agissant de polynômes s'annulant en $x = 1$, on peut factoriser $x - 1$ $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2+3x-4}{x^2+x-2} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+4)}{(x-1)(x+2)} = \lim\limits_{x \to 1} \frac{x+4}{x+2} = \frac{5}{3}$

$\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ indéterminée en $x = 1$, puisque $f(1) = \frac{0}{0}$. *quantité conjuguée* $\sqrt{x+3}+2$ du dénominateur.

$$\lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} = \lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \to 1} \frac{(x+3)-4}{(x^2-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \to 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{8}$$

Forme indéterminée $\frac{\infty}{\infty}$: Lorsque $x \to \pm\infty$, un rapport de polynômes se comporte comme le rapport de ses plus hauts degrés

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2-5x+3}{x^2+x+1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$. Le graphe présente une *asymptote horizontale* $y = 2$ aux infinis. Si $x \to \pm\infty$, alors $\frac{1}{x} \to 0$ et $\frac{1}{x^2} \to 0$.

$$\frac{2x^2-5x+3}{x^2+x+1} = \frac{x^2(2-\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2})}{x^2(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2})} = \frac{2-\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}}{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}$$ d'où $$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2-5x+3}{x^2+x+1} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2-\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}}{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} = \frac{2-0+0}{1+0+0} = 2 .$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x}+1}{x+2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 .$$

Vidéos **Maths et Tiques (Yvan MONKA) :** **indéterminations (1)** **indéterm. (2)** **indéterm. (3)** **indéterm. (4)** **indéterm. (5)**

Exercices **JMedu** **Cours** **Enoncés** e5030 e5212 e5213 **Corrigés** s5030 s5212 s5213