

Définition – Forme algébrique

Le nombre imaginaire i , est uniquement connu par son carré : $i^2 = -1$.

L'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes est constitué des z tels que : $z = a + ib$, pour tous a et b réels.

$a = \text{Re}(z)$ partie réelle $b = \text{Im}(z)$ partie imaginaire (a et b réels)

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si ils ont même partie réelle et même partie imaginaire.

$$z = z' \Leftrightarrow a + ib = a' + ib' \Leftrightarrow a = a' \text{ et } b = b'.$$

Exemple : $(1 + i)z = 2 + i \Leftrightarrow (1 + i)(x + iy) = 2 + i \Leftrightarrow x + iy + ix + i^2y \Leftrightarrow (x - y) + i(x + y) = 2 + i \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$, soit $z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$.

Tout point $M(x ; y)$ est associé à son **affixe** $z_M = x + iy$

Norme de $z = a + ib$: $N(z) = |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = d(O ; M)$, **Conjugué de** $z = a + ib$: $\text{Conj}(z) = \bar{z} = a - ib$

M d'affixe z et M' d'affixe \bar{z} sont symétriques par rapport à l'axe $x'x$.

Propriétés : $|z|^2 = z \times \bar{z} = a^2 + b^2$, $|z \times z'| = |z| \times |z'|$, $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$, $\overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'$, $\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}'$, $\overline{\left(\frac{z}{z'} \right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$

Résolution d'Equations : **On peut savoir :** $z = a + ib ; z' = a' + ib' \Rightarrow z + z' = (a + a') + i(b + b')$ **et** $z \times z' = (aa' - bb') + i(ab' + ba')$

Toujours ramener les résultats à la forme $a + ib$, quitte à utiliser le conjugué du dénominateur

1er degré : $(1 + i)z + (2 - i) = 3 + i \Leftrightarrow (1 + i)z = 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{1 + 2i}{1 + i} = \frac{(1 + 2i)(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} = \frac{3 + i}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$

2^{ème} degré : (si $\Delta < 0$, a, b et c réels) : $z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$