Suites Numériques : Sens de Variation d'une Suite Numérique

Une suite numérique est dite ***monotone*** (croissante ou décroissante) si la progression de ses termes successifs l'est, donc ne s'inverse jamais.

$\boldsymbol{u}$ ***croissante*** $\Leftrightarrow$ $u_{n+1} \geq u_n$ pour tout n $\Leftrightarrow$ $u_{n+1} - u_n \geq 0 \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$ **.**

$\boldsymbol{u}$ ***décroissante*** $\Leftrightarrow$ $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout n $\Leftrightarrow$ $u_{n+1} - u_n \leq 0 \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$ **.**

Soit $u_n = \dfrac{2n-3}{n+1}$, vérifions que u est croissante :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2(n+1)-3}{(n+1)+1} - \frac{2n-3}{n+1} = \frac{2n-1}{n+2} - \frac{2n-3}{n+1} = \frac{(2n-1)(n+1)-(2n-3)(n+2)}{(n+2)(n+1)} \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{5}{(n+1)(n+2)} > 0 \text{ , } \forall\, n \in \mathbb{N} \text{ .}$$

Cas Particulier (Suite à termes positifs) *Diviser par* $u_n > 0$ *<u>ne change pas</u> le sens de l'inéquation*

$\boldsymbol{u}$ ***croissante*** $\Leftrightarrow$ $u_{n+1} \geq u_n$ pour tout n $\Leftrightarrow$ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1 \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$ **.**

$\boldsymbol{u}$ ***décroissante*** $\Leftrightarrow$ $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout n $\Leftrightarrow$ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1 \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$ **.**

Soit $u_n = n^2 + n$, vérifions que u est croissante : On constate que $u_n > 0$, quel $n > 0$.

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2 + (n+1)}{n^2+n} = \frac{n^2+3n+2}{n^2+n} = \frac{(n^2+n)+2(n+1)}{n^2+n} = 1 + \frac{2(n+1)}{n^2+n} = 1 + \frac{2(n+1)}{n(n+1)} = 1 + \frac{2}{n} > 1 \text{ .}$$

Vidéos **Maths et Tiques (Yvan MONKA) :** **Conjecture** **Variations 1** **Variations 2** **Variation 3**

Exercices **JMedu** **Enoncés** **e4497** **e4499** **Corrigés** **s4497** **s4499**