Forme Canonique d'une Equation du Second Degré :

La ***forme canonique*** du trinôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$,
est sa présentation sous la forme $\boldsymbol{f(x) = \alpha(x - \beta)^2 + \gamma}$ $(\gamma = \alpha)$

Exemple : $-2x^2 + 8x + 5 = -2(x^2 - 4x) + 5 = -2[(x-2)^2 - 4\,] + 5 = -2(x-2)^2 + 13$, soit $\alpha = a = -2$, $\beta = +2$, $\gamma = +13$.

La forme canonique est utile pour justifier théoriquement les formules de calcul des racines et du signe de $ax^2 + bx + c$, qui en découlent.

Exemple : Résoudre $3x^2 + 2x - 5 = 0$ dans $\mathbb{R}$: **On utilise $a^2 + 2ab = (a^2 + 2ab + b^2) - b^2 = (a+b)^2 - b^2$.**

$$3x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 + \frac{2}{3}x) - 5 = 0 \Leftrightarrow 3[(x + \frac{1}{3})^2 - \frac{1}{9}\,] - 5 = 0 \Leftrightarrow 3(x + \frac{1}{3})^2 - \frac{1}{3} - 5 = 0 \Leftrightarrow 3(x + \frac{1}{3})^2 = \frac{16}{3} \Leftrightarrow (x + \frac{1}{3})^2 = \frac{16}{9} = (\frac{4}{3})^2 ,$$

Deux nombres ayant même carré sont soit égaux, soit opposés : $(x + \frac{1}{3})^2 = (\frac{4}{3})^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{3} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow x_1 = -\frac{5}{3} \\ x + \frac{1}{3} = +\frac{4}{3} \Leftrightarrow x_2 = +\frac{3}{3} = +1 \end{cases}$. $S = \{ -\frac{5}{3} ; +1 \}$.

Exemple : Factoriser $f(x) = 2x^2 - x - 3$.

$$2x^2 - x - 3 = 2(x^2 - \frac{x}{2}) - 3 = 2[(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{16}\,] - 3 = 2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{8} - 3 = 2(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{25}{8} = 2[(x - \frac{1}{4})^2 - \frac{25}{16}\,]$$, forme $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$.

$$2x^2 - x - 3 = 2[(x - \frac{1}{4}) - \frac{5}{4}\,][(x - \frac{1}{4}) + \frac{5}{4}\,] = 2(x - \frac{3}{2})(x + 1)$$, soit $f(x) = (x + 1)(2x - 3)$.

Vidéos **Maths et Tiques (Yvan MONKA) :** **canonique (1)** **canonique (2)** **canonique (3)**

Exercices **JMedu** **Enoncés** **e5034** **e5035** **e5036** **Corrigés** **s5034** **s5035** **s5036**