e0669

On tire successivement 4 cartes d'un jeu de 32 , sans remise entre chaque tirage.

Déterminer les probabilités des évènements suivants :

a) Les quatre cartes sont du « cœur ». b) Une carte au moins est un « Roi ».

e0670

Une urne U_1 contient trois boules blanches et deux noires. Une urne U_2 contient cinq blanches et une noire.

On tire une boule de chaque urne. Quelle la probabilité d'obtenir deux boules de même couleur ?

e0673

Dans une classe, 70% des élèves vont au club « informatique » et 20% au club « théâtre » , 18% ne vont ni à l'un, ni à l'autre.

Quelle est la probabilité pour qu'un élève pris au hasard soit simultanément membre du club « informatique » et du club théâtre » ?

e0674

On jette six fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux fois « Pile » ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux fois « Pile » ?

c) Quelle est la probabilité d'obtenir plus de « Pile » que de « Face » ?

e1045

Quatre amateurs d'astrologie se rencontrent. Chacun donne son signe du zodiaque (il y en a 12).

On note (R_1 , R_2 , R_3 , R_4) le résultat obtenu. Les résultats devront être donnés sous forme de fractions irréductibles.

1/ Combien y a t'il de résultats possibles ?

2/ Quelle est la probabilité d'obtenir des signes tous différents ?

3/ Quelle est la probabilité pour qu'au moins deux d'entre eux soient du même signe ?

4/ L'aîné de ces quatre personnes est « Poissons ». Quelle est la probabilité pour qu'au moins une autre personne soit du même signe qu'elle ?

e4211

Exercice I :

On lance deux dés parfaitement équilibrés.

1/ Calculer la probabilité de l'évènement A : "on obtient au moins un six" :

a) à l'aide d'un tableau b) à l'aide d'un arbre c) à l'aide d'un arbre pondéré.

2/ Calculer la probabilité de l'évènement B : "on n'obtient aucun six" .

Exercice II :

On lance deux dés non pipés.

Quelle est la probabilité d'obtenir une somme au moins égale à 7 ?

Exercice III :

On dispose de deux dés parfaitement équilibrés.

- le dé noir porte les numéros $\{1, 2, 2, 2, 3, 3\}$
- le dé rouge porte les numéros $\{1, 1, 2, 2, 2, 3\}$.

Au cours d'un jeu de société, les combats se règlent à l'aide des deux dés :

L'attaquant lance le dé noir et gagne si son dé marque plus de points que le dé rouge de son adversaire.

A qui le jeu est-il favorable ?

e3634

Le tableau ci-dessous donne la répartition de 200 élèves de TES suivant leur âge en début d'année scolaire et leur sexe.

On pioche totalement au hasard dans les fiches de ces élèves, ce qui assure de l 'équiprobabilité de sortie de chaque fiche (loi équirépartie).

Sexe \ Âge	moins de 17	17	18	plus de 18
Fille	10	30	50	20
Garçon	2	20	38	30

1/ Recopier le tableau en complétant par les effectifs totaux en ligne et en colonne (totaux marginaux).

2/ On pioche au hasard une fiche des élèves de TES .

Donner la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : "L'élève est une fille de 18 ans" B : "L'élève est un garçon de moins de 18 ans"

C : "L'élève a 17 ans et est un garçon" D : "L'élève a 17 ans ou est un garçon"

E : "L'élève n'a pas 17 ans et est une fille" F : "L'élève n'a pas 17 ans ou est une fille".

e1515

On effectue un sondage auprès de 390 habitants d'une petite ville, qui concerne les trois journaux quotidiens disponibles dans la région.

175 lisent « Temps Nouveaux » et 151 lisent « Petit Matin »,

Aucun ne lit les deux journaux,

23 lisent « Temps Nouveaux » et « Grand Soir »,

99 lisent « Grand Soir »,

208 lisent au moins l'un des deux quotidiens, « Grand Soir » ou « Petit Matin ».

Combien de personnes ?

a) Lisent exclusivement « Grand Soir ». b) Ne lisent aucun des trois journaux.

c) Lisent « Grand Soir » et « Petit Matin ». d) Lisent au moins un des deux quotidiens, « Temps Nouveaux » ou « Grand Soir ».

e4815

1/ Un sélectionneur doit choisir pour une course cycliste une équipe de 5 coureurs parmi 13 présélectionnés, étant entendu qu'au sein de l'équipe retenue il n'y a aucune hiérarchie, donc distinction entre les coureurs.

Expliquer pourquoi le nombre de possibilités est égal à 1287.

2/ Reprendre la question 1/ sachant que le sélectionneur décide finalement choisir :

a) 7 coureurs parmi les 13 possibles, b) 8 coureurs parmi les 13 possibles,

Que constate-t-on dans ce dernier cas ?

e3966

Dans un établissement scolaire, la mise en place des TPE a un impact sur la fréquentation du CDI.

Les documentalistes ont effectué une enquête sur les 500 élèves entrant au CDI.

- 18% des élèves consultent un seul ouvrage par visite et, parmi ceux-ci, 90% viennent au moins une fois par mois ;
- 125 élèves viennent moins d'une fois par mois, en moyenne, et 16% d'entre eux consultent entre 2 et 5 ouvrages par visite ;
- 45% des élèves viennent au moins une fois par mois et consultent plus de 5 ouvrages par visite.

1/ Reproduire et compléter le tableau des effectifs ci-dessous.

nombre d'ouvrages consultés	fréquentation par mois		
	au moins une fois	moins d'une fois	total
1			
de 2 à 5			
plus de 5			
total			500

2/ On suppose que la fréquentation reste la même que lors de cette enquête.

Un élève entre au CDI .

On considère les événements suivants :

A : "l'élève vient au moins une fois par mois" ; B : "l'élève consulte de 2 à 5 ouvrages" ;

C : "l'élève consulte au moins 2 ouvrages" ; D : "l'élève vient au moins une fois par mois et consulte entre 2 et 5 ouvrages".

Calculer la probabilité des évènements suivants :

a) A , B , C , D et $A \cup B$.

b) E : "l'élève consulte plus de 5 ouvrages ou vient moins d'une fois par mois".

c) F : "l'élève consulte un ouvrage ou vient au moins une fois par mois".

e1684

Le code d'ouverture d'un coffre est composé de cinq chiffres à taper dans un certain ordre sur un clavier à neuf chiffres (1 à 9). Un même numéro peut être tapé plusieurs fois.

a) Combien y a t'il de codes possibles ?

b) Combien de codes comportent exactement deux fois le 7 ?

c) Combien de codes comportent-ils exactement deux chiffres identiques ?

e1781

On dispose de 5 cartons sur lesquels sont écrites les lettres A, X, L , U, S .

1/ Combien peut-on constituer de mots, sans tenir compte de leur signification ?

2-a) On ajoute deux cartons portant les lettres L aux cartons précédents. Combien peut-on former de mots de 7 lettres, dans les mêmes conditions ?

b) Avec ces mêmes 7 lettres, combien peut-on former de mots de 6 lettres ?

e2390

Un responsable doit choisir 5 employés parmi 25 , comportant 10 hommes et 15 femmes.

Combien existe-t-il de choix contenant au moins un homme et au moins une femme ?

e2509

Dans un jeu de 52 cartes, dénombrer le nombre de mains de 8 cartes qui contiennent exactement un carré, c'est à dire quatre cartes de même valeur (4 rois, ou 4 "8").

e2473

Soit un polygone convexe constitué de n côtés.

Déterminer son nombre de sommets, puis son nombre de diagonales.

e2763

1/ Exprimer en fonction de n et sans factorielle : $\dfrac{n!}{(n+1)!} - \dfrac{(n-1)!}{n!}$.

2/ Résoudre dans $\mathbb{N}$: $\dbinom{n-1}{n-5} = 3\dbinom{n-3}{n-7}$.

3/ Ecrire $(2-\sqrt{3})^5$ sous la forme $a + b\sqrt{3}$, avec a et b entiers relatifs.

e2764

Montrer que : $\dbinom{n+k}{k} \times \dbinom{n}{p} = \dbinom{p+k}{n+k} \times \dbinom{k}{p+k}$.

e2093

Est-il plus facile d'amener au moins une fois un six avec un dé, en quatre coups, que d'amener un "double six" avec deux dés en 24 coups. (Les faces sont supposées équiprobables).

e2291

Une urne contient un nombre de boules indiscernables au toucher, d'un nombre suffisamment important pour que le fait d'en tirer une, sans la remettre, ne modifie la probabilité d'obtenir à nouveau une boule identique.

Les boules sont bleues, blanches et rouges.

On tire une boule de l'urne.

La probabilité de tirer une boule bleue est $1/4$ et celle de tirer une blanche est $1/5$.

1/ Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?

2/ Expliquer pourquoi le nombre de boules contenues dans l'urne est un multiple de 20 .

3/ On sait que l'urne contient 125 boules bleues. Quel est le nombre de boules blanches et de boules rouges ?

e2480

Quatre couples mariés sont réunis pour danser. Chaque cavalier a la même probabilité de danser avec n'importe quelle cavalière.

Quelle est la probabilité pour qu'aucun mari ne danse avec sa propre épouse ?

(Il est souhaitable d'établir un arbre des cas favorables).

e4010

Trois personnes pénètrent dans l'ascenseur au rez-de-chaussée d'un immeuble de 6 étages.

Pour chaque personne, il y a équiprobabilité de sortie à l'un quelconque des étages.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

a) Tout le monde sort au quatrième étage.

b) Tout le monde sort au même étage.

c) Toutes les personnes quittent l'ascenseur à des étages différents.

e4009

1/ Une urne contient n boules blanches et 2 boules noires. On tire successivement 2 boules avec remise dans l'urne de la première boule tirée.

Calculer la probabilité p pour que les deux boules tirées soient noires.

2/ On tire successivement les deux boules, sans remise dans l'urne de la première boule tirée.

a) Calculer la probabilité p_1 pour que les deux boules tirées soient noires.

b) Calculer la probabilité p_2 pour que la deuxième boule tirée soit noire.

e2261

Dans une classe de 30 élèves, 20 d'entre eux affirment lire un journal sportif, 14 pratiquent eux-mêmes un sport, et 8 font les deux.

1/ Prouver que 4 élèves de la classe ne s'intéressent pas au sport (ni l'une, ni l'autre activité).

2/ Un professeur interroge 6 élèves de la classe, choisis au hasard :

a) Quelle est la probabilité pour qu'ils s'intéressent tous au sport ?

b) Quelle est la probabilité pour qu'ils s'intéressent tous au sport, sans pour autant lire de journal sportif ?

e4059

Une urne contient 4 houles blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher.

1/ On effectue trois tirages successifs au hasard d'une boule selon la procédure suivante : après chaque tirage si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et si elle est noire, on ne la remet pas dans l'urne.

On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de boules noires obtenues à l'issue des trois tirages.

On pourra s'aider d'un arbre pondéré.

a) Quelles sont les valeurs prises par X ?

b) Calculer $p(X=0)$.

c) On se propose de déterminer maintenant $p(X=1)$.

– Montrer que la probabilité que la seule boule noire tirée soit obtenue au second tirage est égale à $\frac{8}{45}$.

– En remarquant que la seule boule noire peut être tirée soit au premier, soit au deuxième, soit au troisième tirage, calculer $p(X=1)$.

2/ On reprend l'urne dans sa composition initiale : 4 boules blanches et 2 boules noires indiscernables au toucher.

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 3 .

On effectue maintenant n tirages successifs au hasard d'une boule dans l'urne selon la même procédure : après chaque tirage, si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et si elle est noire, on ne la remet pas dans l'urne.

Soit k un entier compris entre 1 et n .

Soit N l'évènement : « la k-ième boule tirée est noire et toutes les autres sont blanches ».

Soit A l'évènement : « on obtient une boule blanche dans chacun des $k-1$ premiers tirages et une boule noire au k-ième ».

Soit B l'évènement : « on obtient une boule blanche dans chacun des $(n-k)$ derniers tirages ».

Calculer $p(\mathrm{A})$, $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ et $p(\mathrm{N})$.

*e*1734

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges indiscernables au toucher.

On effectue 3 tirages successifs d'une boule, en respectant la procédure suivante :

- Si on tire une boule blanche, on ne la remet pas dans l'urne,
- Si on tire une rouge, on la remet.

Soit E_k l'événement : Au cours des 3 tirages, seule la $k^{\text{ième}}$ boule tirée est blanche.

1/ Calculer $P(E_1), P(E_2), P(E_3)$.

2/ Calculer la probabilité pour qu'une seule boule blanche ait été tirée au cours des 3 tirages.

3/ Sachant que l'on a tiré une seule boule blanche, qu'elle est la probabilité pour que ce soit au dernier tirage.

*e*1749

On lance trois dés bien équilibrés, numérotés de 1 à 6 .

Sachant que le produit des trois chiffres obtenu est pair, quelle est la probabilité que ce ne soit pas le produit de trois nombres pairs.

*e*2262

Cinq cartes portent les lettres $\{a, b, c, d, e\}$ et sont par ailleurs identiques.

On procède à cinq tirages successifs d'une carte, avec remise, toutes les cartes ayant la même probabilité d'être tirées.

Calculer la probabilité de tirer exactement deux fois une voyelle.

*e*3507

Un jeu de dominos est fabriqué avec les sept couleurs suivantes :

Violet , indigo , bleu , vert , jaune , orange , rouge .

Un domino se compose de deux cases portant chacune l'une des sept couleurs.

Chaque couleur peut figurer deux fois sur le même domino ; c'est un double.

1/ Montrer que le jeu comporte 28 dominos différents, indiscernables au toucher, qui sont mis dans un sac.

2/ On tire simultanément trois dominos du sac.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux doubles parmi ces trois dominos ?

b) Calculer, à l'aide de combinaisons, le nombre de tirages ne comportant aucun double, un double exactement, et trois doubles.

c) En déduire une expression de la combinaison $\binom{28}{3}$ en fonction de combinaisons que l'on précisera.

3/ Dans cette question, on tire un seul domino. Calculer la probabilité des évènements suivants :

a) J_2 : "Le jaune figure deux fois sur ce domino".

b) J_1 : "Le jaune figure une seule fois sur ce domino".

c) J : "Le jaune figure au moins une fois sur ce domino".

e4065

Une enquête est réalisée auprès des clients d'une compagnie aérienne. Elle révèle que 40% des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles, que 35% des clients l'utilisent pour des raisons touristiques et le reste pour diverses autres raisons. Sur l'ensemble de la clientèle, 40% choisit de voyager en première classe et le reste en seconde classe.

En fait, 60% des clients pour raisons professionnelles voyagent en première classe, alors que seulement 20% des clients pour raisons touristiques voyagent en première classe.

On choisit au hasard un client de cette compagnie. On suppose que chaque client a la même probabilité d'être choisi, et on note :

A l'évènement : "Le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles",

T l'évènement : "Le client interrogé voyage pour des raisons touristiques",

D l'évènement : "Le client interrogé voyage pour des raisons autre que professionnelles ou touristiques",

V l'évènement : "Le client interrogé voyage en première classe".

Si E et F sont deux évènements, on note $p(\mathrm{E})$ la probabilité que E soit réalisé, $p_{\mathrm{F}}(\mathrm{E})$ la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé. D'autre part, on notera $\overline{\mathrm{E}}$ l'évènement contraire de E .

1/ Déterminer $p(\mathrm{A})$, $p(\mathrm{T})$, $p(\mathrm{V})$, $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{V})$ et $p_{\mathrm{T}}(\mathrm{V})$.

2-a) Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons professionnelles.

b) Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons touristiques.

c) En déduire la probabilité que le client interrogé voyage en première et pour des raisons autres que professionnelles et touristiques.

3/ Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe.

4/ Soit un entier n supérieur ou égal à 2 . On choisit n clients de cette compagnie aérienne de façon indépendante.

On note p_n la probabilité qu'au moins un de ces clients voyage en seconde classe.

a) Prouver que $p_n = 1 - 0{,}4^n$.

b) Déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n > 0{,}9999$.

e3833

Rappeler les formules qui caractérisent :

a) Deux évènements A et B indépendants dans une même expérience E .

b) Deux évènements A et B incompatibles dans une même expérience E .

e3832

Dans l'ensemble des classes de TS du lycée d'Angoulême il y a 40% de filles, dont 12% de redoublantes.

On compte 15% de redoublants parmi l'ensemble des élèves du lycée.

Un élève est choisi au hasard.

a) Quelle est la probabilité pour que ce soit un garçon non redoublant ?

b) Sachant que l'élève choisi ne redouble pas, quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

c) Le redoublement est-il indépendant du sexe ?

e2261

A et B sont deux évènements de E tels que $p(A) = \dfrac{2}{3}$, $p(B) = \dfrac{3}{5}$ et $p(A \cap \overline{B}) = \dfrac{4}{15}$.

On sait que $\overline{B}$ est l'événement contraire à B .

a) Calculer $p(A \cup B)$.

b) Sous les hypothèses précédentes, les évènements A et B sont-ils indépendants ?

e4044

On lance deux dès, un vert et un rouge. On considère les évènements :

A : "Le dé vert indique un nombre impair" ,

B : "La somme des nombres indiqués par les deux dés est impaire".

1/ Calculer les probabilités des évènements A et B .

2/ Démontrer que A et B sont des évènements indépendants.

e2264

Dans un jeu où il peut y avoir un nombre quelconque de gagnants, le joueur A a une probabilité de gagner égale à $\frac{1}{3}$;

le joueur B a une probabilité de gagner, sachant que A a gagné, égale à $\frac{1}{4}$;

le joueur B a une probabilité de gagner, sachant que A a perdu, égale à $\frac{4}{9}$.

1/ Calculer la probabilité pour que B gagne.

2/ Calculer la probabilité pour que A et B gagnent.

3/ "A gagne" et "B gagne" sont-ils deux évènements indépendants ?

4/ Calculer la probabilité pour que A gagne, sachant que B a gagné.

e2300

Une université propose aux étudiants trois orientations et trois seulement : une filière A , une filière B , une filière C .

Chaque étudiant de l'université est inscrit dans une des trois filières et une seule.

Les effectifs de la filière A sont le double de ceux de la filière B ,

Les effectifs de la filière B sont le triple de ceux de la filière C .

On sait de plus que :

20% des étudiants de la filière A sont des filles,

30% des étudiants de la filière B sont des filles,

40% des étudiants de la filière C sont des filles.

On choisit au hasard un étudiant de cette université.

Soit A l'événement : "L'étudiant est inscrit dans la filière A", B l'événement : "Il est inscrit dans la filière B", C l'événement : "Il est inscrit dans la filière C".

Soit F l'événement : "L'étudiant est une fille", G l'événement : "L'étudiant est un garçon" .

1/ Calculer les probabilités des évènements A , B , C .

2-a) Calculer la probabilité pour que l'étudiant soit inscrit dans la filière A et soit une fille.

b) Montrer que $p(\mathrm{F}) = 0{,}25$.

3/ Calculer la probabilité pour que l'étudiant soit inscrit dans la filière A , sachant que c'est une fille.

4/ L'étudiant, choisi au hasard, n'est pas inscrit dans la filière A . Calculer la probabilité pour que ce soit une fille.

e4046

Une urne contient 5 boules noires et 5 boules blanches.

On prélève successivement n boules de l'urne, avec remise entre chaque tirage, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2 .

On considère les évènements suivants :

A : "On obtient des boules des deux couleurs" , B : "On obtient au plus une boule blanche" .

1-a) Calculer la probabilité de l'évènement C : "Toutes les boules tirées sont de la même couleur".

b) Calculer la probabilité de l'évènement D : "On obtient exactement une boule blanche".

c) En déduire les probabilités des évènements $A \cap B$, A puis B .

2/ Montrer que les évènements A et B sont indépendants si et seulement si : $2^{n-1} = n+1$.

3/ Soit la suite (u_n) définie pour tout entier $n \geq 2$ par : $u_n = 2^{n-1} - (n+1)$.

a) Calculer u_2 , u_3 et u_4 .

b) Montrer que la suite (u_n) est strictement croissante.

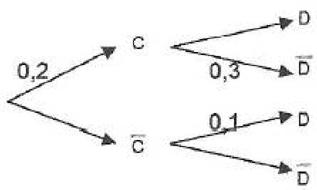
4/ En déduire la valeur de n pour que les évènements A et B soient indépendants.

e4171

1/ A et B sont deux évènements indépendants, tels que : $p(A) = \frac{1}{3}$ et $p(B) = \frac{1}{12}$.

Calculer $p(A \cup B)$.

2/ Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre suivant :



Calculer $p_D(C)$.

e3692

On considère une expérience aléatoire.

E désigne un événement, dont la probabilité est notée $p(E)$.

Soient deux évènements A et B , tels que $p(A) = \frac{1}{2}$, $p(B) = \frac{1}{3}$ et $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$.

1/ Etablir que $p(A \cap B) = \frac{1}{6}$.

2/ En justifiant avec soin, répondre aux deux questions suivantes :

a) A et B sont-ils des évènements incompatibles ?

b) A et B sont-ils des évènements indépendants ?

3/ Soit l'événement C tel que $p(B \cap C) = \frac{1}{10}$. Calculer la probabilité de C sachant B réalisé.

e1443

A l'hôpital de la ville de Jujuy, au nord-ouest de l'Argentine, la population de malades est pour 4% composée de personnes d'origine basque, 58% d'origine espagnole, 32% d'origine indienne et 6% d'origine italienne.

On sait que 3% des indiens ont un sang de rhésus négatif RH- , ainsi que 87% des basques et 22% pour les populations d'origine latine.

Quelle est la probabilité pour qu'une éprouvette de sang que l'on sait de rhésus négatif, et qui ne contient le sang que d'une personne, provienne d'un malade basque ?

e1444

Les participants à une compétition de tir à l'arc sont constitués pour 30% de professionnels.

Un "pro" possède 80% de chances de toucher la cible lors d'un tir, pour 60% pour un amateur.

Au cours de la compétition, chaque joueur tire 5 flèches, et obtient 1 point par flèche atteignant la cible.

On considère les trois évènements suivants :

A : « le participant est un "pro"» ,

B : « le participant est un amateur » ,

C : « le participant obtient 3 points » .

En s'aidant d'un diagramme, calculer : $p_A(C)$, $p_B(C)$, $p(C)$, $p_C(A)$.

Remarque : $p_A(C)$ aussi notée $p(C/A)$, est la probabilité de réaliser l'évènement C sachant l'évènement A réalisé.

e3007

7% des vaches d'un cheptel sont malades.

Un test permet de vérifier si telle ou telle vache est malade.

Quand un animal est malade, le test est positif dans 87% des cas.

Quand un animal n'est pas malade, le test est négatif dans 98% des cas.

1/ Quelle est la probabilité pour qu'un animal ayant un test négatif soit malade ?

2/ Quelle est la probabilité pour qu'un animal ayant un test positif ne soit pas malade ?

e1362

Un appareil est fabriqué de deux machines fonctionnant en série (l'une après l'autre), M_1 et M_2 .

La machine M_1 peut provoquer deux défauts, A et B .

Un relevé statistique permet d'évaluer que :

- La probabilité pour qu'un appareil présente le défaut A , *et lui seul* , est 0,04 .
- La probabilité pour qu'un appareil présente le défaut B , *et lui seul* , est 0,02 .
- La probabilité pour qu'un appareil présente simultanément les défauts A et B , est 0,01 .

En sortie de la machine M_1 , les appareils passent dans la machine M_2 , qui peut provoquer un défaut C dans les conditions suivantes :

- La probabilité pour que la machine M_2 provoque le défaut C est 0,06 pour les appareils présentant l'un au moins des défauts A ou B , et 0,03 pour les appareils ne présentant pas de défaut au sortir de M_1 .

1/ Déterminer les trois probabilités pour qu'un appareil présente les défauts A , B et C .

2/ Quelle est la probabilité pour qu'un appareil soit sans défaut ?

3/ Quelle est la probabilité pour qu'un appareil présente :

a) Un défaut et un seul ,

b) Au maximum un défaut.

e2299

Une université propose aux étudiants trois orientations et trois seulement : une filière A , une filière B , une filière C .

Chaque étudiant de l'université est inscrit dans une des trois filières et une seule.

Les effectifs de la filière A sont le double de ceux de la filière B ,

Les effectifs de la filière B sont le triple de ceux de la filière C .

On sait de plus que :

20% des étudiants de la filière A sont des filles,

30% des étudiants de la filière B sont des filles,

40% des étudiants de la filière C sont des filles.

On choisit au hasard un étudiant de cette université.

Soit A l'événement : "L'étudiant est inscrit dans la filière A", B l'événement : "Il est inscrit dans la filière B", C l'événement : "Il est inscrit dans la filière C".

Soit F l'événement : "L'étudiant est une fille", G l'événement : "L'étudiant est un garçon" .

1/ Calculer les probabilités des évènements A , B , C .

2-a) Calculer la probabilité pour que l'étudiant soit inscrit dans la filière A et soit une fille.

b) Montrer que $p(\mathrm{F}) = 0{,}25$.

3/ Calculer la probabilité pour que l'étudiant soit inscrit dans la filière A , sachant que c'est une fille.

4/ L'étudiant, choisi au hasard, n'est pas inscrit dans la filière A . Calculer la probabilité pour que ce soit une fille.

e3514

On lance un dé dont les six faces, numérotées de 1 à 6 sont équiprobables.

Si le résultat est un nombre pair, on tire au hasard une boule d'une urne U, qui contient deux boules blanches et trois boules noires.

Si le résultat est impair, on tire au hasard une boule d'une urne V, qui contient trois boules blanches et deux boules noires.

On désigne par :

B l'évènement : "Tirer une boule blanche" ;

N l'évènement : "Tirer une boule noire" ;

U l'évènement : "Tirer une boule dans l'urne U" .

Démontrer que chacune des propositions suivantes est vraie.

a) $p(B \cap U) = p(N \cap \overline{U})$. b) $p(B) = \frac{1}{2}$.

c) $p(B) = p(N)$. d) $p_B(U) = p_N(\overline{U})$.

e4232

Une machine produit des pièces dont certaines sont défectueuses à cause de deux défauts possibles, le défaut D_A et le défaut D_B , à l'exclusion de tout autre défaut.

1/ On a constaté que, parmi les pièces produites par la machine, 28% ont le défaut D_A , 37% ont le défaut D_B, et 10% ont les deux défauts.

On choisit au hasard une des pièces produites par la machine. Quelle est la probabilité de tomber sur une pièce défectueuse ?

2/ *Dans la suite du problème, on s'intéresse aux pièces défectueuses qui n'ont qu'un seul défaut.*

On admet que 40% de ces pièces ont le défaut D_A , donc que 60% ont le défaut D_B .

On a constaté que 40% des pièces qui ont le défaut D_A sont réparables, et que 30% des pièces qui ont le défaut D_B sont réparables.

On choisit une pièce au hasard, et on note :

- A l'évènement « la pièce a le défaut D_A » ,
- B l'évènement « la pièce a le défaut D_B » ,
- R l'évènement « la pièce est réparable » .

a) Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

b) Calculer la probabilité de l'évènement : « la pièce choisie a le défaut D_A et est réparable ».

c) Calculer la probabilité de l'évènement : « la pièce choisie est réparable ».

d) Sachant que la pièce est réparable, déterminer la probabilité qu'elle ait le défaut D_A (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

e) A trois moments différents, on choisit une pièce au hasard parmi les pièces défectueuses qui ont un seul défaut. On suppose que ces tirages s'effectuent dans des conditions identiques et de façon indépendante.

Calculer la probabilité pour que, sur les 3 pièces choisies, exactement 2 pièces aient le défaut D_A .

e4052

Un jardinier dispose de deux lots 1 et 2 contenant chacun de très nombreux bulbes donnant des tulipes de couleurs variées. La probabilité pour qu'un bulbe du lot 1 donne une tulipe jaune est égale à $\frac{1}{4}$. La probabilité pour qu'un bulbe du lot 2 donne une tulipe jaune est égale à $\frac{1}{2}$.

Ce jardinier choisit au hasard un lot et plante 50 bulbes de tulipes.

Soit n un entier naturel vérifiant $0 \leq n \leq 50$. On définit les évènements suivants :

- A : « le jardinier a choisi le lot 1 »,

- B : « le jardinier a choisi le lot 2 »,

- J_n : « le jardinier obtient n tulipes jaunes ».

1/ Dans cette question, on suppose que le jardinier choisit le lot 1.

a) Quelle loi de probabilité suit le nombre de tulipes jaunes obtenues à partir de 50 bulbes du lot 1 ?

b) Quelle est l'espérance mathématique de cette loi ?

c) Donner une expression de la probabilité que le jardinier obtienne n tulipes jaunes.

d) Calculer la probabilité que le jardinier obtienne 15 tulipes jaunes. On donnera l'arrondi au millième du résultat.

2/ Probabilités conditionnelles.

a) Montrer que : $P_B(J_n) = \binom{50}{n} 2^{-50}$.

b) En déduire la probabilité que le jardinier obtienne n tulipes jaunes.

c) On note p_n la probabilité conditionnelle de l'évènement A sachant que J_n est réalisé.

Etablir que : $p_n = \dfrac{3^{50-n}}{3^{50-n} + 2^{50}}$.

d) Pour quelles valeurs de n a-t-on $p_n > 0,9$? Comment peut-on interpréter ce résultat ?

e4238

Un supermarché commercialise des gaufrettes vendues en paquets pour lesquels :

- Dans 5% des cas, l'emballage n'est pas intact,

- Dans 70% des cas de paquets d'emballage non intact, il y a au moins une gaufrette cassée,

- 90% des paquets d'emballage intacts ne contiennent aucune gaufrette cassée.

1) Un client achète au hasard un paquet de ces gaufrettes.

On note I l'événement « L'emballage est intact » , et C l'événement «Au moins une gaufrette est cassée ».

a/ Calculer la probabilité de I.

b/ On considère le événements suivants :

E : « L'emballage n'est pas intact, mais aucune gaufrette n'est cassée ».

F : « L'emballage est intact, et aucune gaufrette n'est cassée ».

Exprimer E et F en fonction de I, $\overline{I}$, événement contraire de I, et $\overline{C}$, événement contraire de C.

Calculer alors les probabilités de E et de F.

En déduire la probabilité de $\overline{C}$, puis celle de C.

2) Lors d'une vente promotionnelle dans ce supermarché, ces gaufrettes sont vendues par lots de cinq paquets.

Un client achète au hasard l'un de ces lots. On suppose que les tirages des paquets formant un lot sont indépendants.

Quelle est la probabilité pour que dans ce lot, il y ait au moins quatre paquets d'emballage intacts ? Qu'il n'y ait aucune gaufrette cassée ? On donnera les résultats à 10^{-4} près.

e2419

2% des pièces fabriquées dans un atelier étant défectueuses, on décide de contrôler la production.

Le procédé de contrôle donne les résultats suivants :

- Si la pièce est bonne, elle est acceptée avec une probabilité de 0,99 .

- Si la pièce est défectueuse, elle est rejetée avec une probabilité de 0,98 .

1/ On considère les évènements E_1 , défini par "la pièce est défectueuse et cette pièce est acceptée", et E_2 , défini par "la pièce est bonne et cette pièce est rejetée".

a) Calculer la probabilité de l'événement E_1 .

b) Calculer la probabilité de l'événement E_2 .

c) Calculer la probabilité pour qu'il y ait une erreur dans le contrôle.

2/ Calculer la probabilité pour que la pièce soit bonne, sachant qu'elle a été rejetée.

e0803

Trois dés cubiques sont placés dans une urne. Deux d'entre eux sont normaux ; leurs faces sont numérotées de 1 à 6.

Le troisième est spécial : trois de ses faces sont numérotées 6, les trois autres numérotées 1.

Sur chaque dé, il y a équiprobabilité de sortie de chaque face.

On tire de l'urne, simultanément et au hasard, deux dés parmi les trois, et on les lance.

On note A l'événement « les deux dés tirés sont normaux ».

On note B l'événement « les deux faces supérieures sont numérotées 6 ».

1 - a) Définir l'événement contraire de A, qu'on notera $\overline{A}$.

b) Calculer les probabilités de A et de $\overline{A}$.

2 - a) Calculer $p_A(B)$, probabilité de B sachant A réalisé, puis $p(B \cap A)$.

b) Calculer $p(B)$.

3) Calculer $p_B(A)$, probabilité de A sachant B réalisé.

e1750

Une pollution pétrolière a touché la réserve ornithologique "La Lagune".

80% des oiseaux ont été touchés, parmi lesquels 40% ont pu être nettoyés.

1/ On capture un oiseau au hasard dans la réserve. Quelle est la probabilité pour qu'il s'agisse d'un oiseau touché et non soigné ?

2/ On capture 10 oiseaux au hasard.

Quelle est la probabilité pour que cet échantillon soit constitué de 3 oiseaux non touchés, 5 oiseaux touchés et soignés, et de 2 oiseaux touchés non soignés ?

On pourra considérer que l'effectif d'oiseaux est tel que le prélèvement d'échantillons ne modifie pas les proportions de chacune des situations.

3/ On ne considère maintenant que la population des oiseaux touchés.

On a observé que parmi les oiseaux qui meurent des suite de cette marée noire, il y a 1 oiseau soigné pour 5 oiseaux non soignés.

D'autre part, parmi les oiseaux soignés, 2 sur 7 meurent quand même des suites de cette pollution.

Quelle est la probabilité pour qu'un oiseau touché, non soigné, survive ?

e2144

On tire simultanément et au hasard trois boules d'une urne contenant trois boules blanches, trois boules noires, trois vertes et trois rouges.

On suppose l'équiprobabilité des tirages. Tous les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

1/ Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage de trois boules le nombre de boules blanches obtenues.

Déterminer la loi de probabilité de X.

2/ Pour gagner, il faut tirer au moins deux boules blanches, mais on estime qu'un joueur sur dix triche, et qu'un tricheur gagne avec une probabilité de $\frac{1}{2}$.

Soit T l'événement "être un tricheur", et $\overline{T}$ son événement contraire "ne pas tricher".

Soit G l'événement "gagner à ce jeu".

a) Calculer la probabilité de l'événement A : "gagner en ayant triché" , puis de B : "gagner sans avoir triché".

b) Montrer que la probabilité de gagner est $\frac{181}{1100}$.

c) Calculer la probabilité de l'événement C : "le gagnant est un tricheur".

e2270

Pierre dit à Anne "Sous l'un de ces trois gobelets, j'ai caché une pièce de 10€ . Si tu me désignes le bon gobelet, tu as gagné, sinon tu as perdu".

Pierre : "Cependant, pour te donner une chance supplémentaire, si ta réponse est fausse, je retournerai un gobelet sous lequel ne se trouve pas la pièce, et tu pourras éventuellement changer ton choix". Quelle est la probabilité qu'a Anne de gagner ?

e5372

Un élève se présente à un oral de Français, pour lequel il a étudié 12 des 16 sujets possibles.

Trois éventualités lui sont proposées :

a) Le professeur choisit au hasard un sujet parmi les seize possibles, qu'il lui propose,
b) Le professeur choisit au hasard deux sujets parmi les seize possibles, parmi lesquels l'élève choisit son sujet au hasard,
c) L'élève choisit seul son sujet, au hasard, parmi les seize possibles.

Déterminer la situation qui donne à l'élève la plus forte probabilité de devoir traiter un sujet qu'il a étudié.

e4640

Une urne A contient 5 boules rouges et 3 boules blanches.

Une urne B contient 3 boules rouges et 5 boules blanches.

Trois boules sont tirées simultanément d'une urne, sans que l'on puisse savoir de laquelle.

On constate que les trois boules tirées sont 2 rouges et 1 blanche.

Quelle est la probabilité pour qu'elles aient été tirées de l'urne B .

e4410

La duchesse d'Aquitaine et la duchesse de Bourgogne attendent chacune l'héritier de leur duché.

On supposera, pour chacune d'entre elles, la naissance d'un garçon ou une fille équiprobables.

1/ Calculer la probabilité de pouvoir faire une alliance en mariant les deux enfants attendus.

2/ Etudier l'indépendance 2 à 2 des évènements suivants :

A : « l'héritier d'Aquitaine est un garçon » ;

B : « l'héritier de Bourgogne est un garçon » ;

C : « les deux héritiers sont de même sexe ».

3/ A-t-on : $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = p(\mathrm{A})\times p(\mathrm{B}) \times p(\mathrm{C})$?

e3677

Une urne contient 26 boules indiscernables au toucher, 18 noires et 8 blanches.

On tire les boules une par une en remettant la boule tirée dans le sac avant le tirage suivant.

Combien de boules noires d'affilée peut-on espérer obtenir pour une probabilité de 5% ?

e1127

Dans une entreprise, on fait appel à un technicien, lors de ses passages hebdomadaires, pour l'entretien des machines.

Chaque semaine, et pour chaque machine, on décide donc de faire ou non appel au technicien.

Pour un certain type de machines, le technicien constate :

- qu'il doit intervenir la première semaine,

- que s'il est intervenu la $n^{\text{ième}}$ semaine, la probabilité pour qu'il intervienne la $(n+1)^{\text{ième}}$ semaine est de $\dfrac{3}{4}$,

- que s'il n'est pas intervenu la $n^{\text{ième}}$ semaine, la probabilité pour qu'il intervienne la $(n+1)^{\text{ième}}$ semaine est égale à $\dfrac{1}{10}$,

On désigne par E_n l'événement « Le technicien intervient la $n^{\text{ième}}$ semaine » et par p_n la probabilité de E_n .

1 - a) Déterminer les probabilités suivantes : $p(E_1)$, $p_{E_n}(E_{n+1})$ et $p_{\overline{E_n}}(E_{n+1})$.

b) Déterminer en fonction de p_n les probabilités suivantes : $p(E_n \cap E_{n+1})$ et $p(\overline{E_n} \cap E_{n+1})$.

2/ En déduire que pour tout entier naturel n non nul : $p_{n+1} = \frac{13}{20}p_n + \frac{1}{10}$.

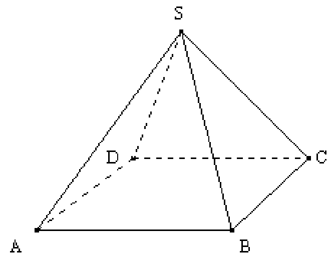
3/ On pose $q_n = p_n - \frac{2}{7}$.

Montrer que la suite (q_n) est géométrique. En déduire l'expression de q_n, puis de p_n en fonction de n.

Pour quelles valeurs de l'entier n, la probabilité que le technicien intervienne la $n^{\text{ième}}$ semaine est-elle inférieure à $\frac{3}{10}$?

e2905

1/ Une fourmi se déplace sur les arêtes de la pyramide droite $(ABCDS)$.



Depuis un sommet quelconque, elle se dirige au hasard, et de façon équiprobable, vers un sommet voisin (on dit qu'elle fait un "pas").

La fourmi se trouve initialement en A.

a) Après avoir fait deux pas, quelle est la probabilité qu'elle soit : en A ? en B ? en C ? en D ?.

b) en déduire la probabilité pour qu'après ces mêmes deux pas, elle se trouve en S.

c) Soit n un nombre entier strictement positif, et S_n l'événement : "La fourmi est au sommet S après n pas".

Soit p_n la probabilité de cet événement.

- Déterminer p_1.
- Montrer que $p_{n+1} = \frac{1}{3}(1 - p_n)$.

2/ On considère la suite (p_n), définie pour tout entier n strictement positif par $\begin{cases} p_1 = \frac{1}{3} \\ p_{n+1} = \frac{1}{3}(1 - p_n) \end{cases}$.

a) Montrer par récurrence que, pour tout entier n strictement positif, $p_n = \frac{1}{4}\left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$.

b) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} p_n$. Interpréter le résultat.

e4188

On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

On imagine n sacs de jetons $S_1, S_2, \ldots, S_n$.

Au départ, le sac S_1 contient 2 jetons noirs et 1 jeton blanc, et chacun des autres sacs contient 1 jeton noir et 1 jeton blanc.

On se propose d'étudier l'évolution des tirages successifs d'un jeton de ces sacs, effectué de la façon suivant e:

- Première étape : On tire au hasard un jeton de S_1,
- Deuxième étape : On place ce jeton dans S_2 et on tire, au hasard, un jeton de S_2,
- Troisième étape : Après avoir placé dans S_3 le jeton tiré de S_2, on tire au hasard un jeton de S_3, et ainsi de suite .....

Pour tout entier naturel k tel que $1 \leq k \leq n$, on note B_k l'évènement : "Le jeton tiré de S_k est blanc".

1-a) Déterminer $p(B_1)$ et les probabilités conditionnelles $p_{B_1}(B_2)$ et $p_{\overline{B_1}}(B_2)$.

En déduire $p(B_2)$.

b) Pour tout entier k tel que $1 \leq k \leq n$, la probabilité de B_k est notée p_k.

Justifier la relation de récurrence : $p_{k+1} = \frac{1}{3} p_k + \frac{1}{3}$.

2/ Etude d'une suite (u_k) : On note (u_k) la suite définie par : $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{k+1} = \frac{1}{3} u_k + \frac{1}{3} \text{ pour } k \geq 1 \end{cases}$.

a) On considère la suite (v_k) définie pour tout $k \in \mathbb{N}^*$ par $v_k = u_k - 0{,}5$. Démontrer que la suite (v_k) est géométrique.

b) En déduire l'expression de u_k en fonction de k.

Montrer que la suite (u_k) est convergente et trouver sa limite.

3/ Déterminer pour quelles valeurs de k on a : $0{,}499 \leq u_k \leq 0{,}5$.

e3533

Une urne contient cinq boules noires et cinq boules blanches.

On prélève successivement n boules l'une après l'autre, avec remise entre chaque tirage ($n \geq 2$ et entier).

On considère les évènements suivants :

A : "On obtient des boules de couleurs différentes"

B : "On obtient au plus une boule blanche".

1-a) Calculer la probabilité de l'évènement : "Toutes les boules tirées sont de même couleur".

b) Calculer la probabilité de l'évènement : "On obtient exactement une boule blanche".

c) En déduire que les probabilités $p(A \cap B)$, $p(A)$ et $p(B)$ sont :

$$p(A \cap B) = \frac{n}{2^n} \quad , \quad p(A) = 1 - \frac{1}{2^{n-1}} \quad , \quad p(B) = \frac{n+1}{2^n} \quad .$$

2/ Montrer que $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$ si et seulement si $2^{n-1} = n + 1$.

3/ Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier n supérieur ou égal à 2 par : $u_n = 2^{n-1} - (n + 1)$.

a) Calculer u_2 , u_3 et u_4.

b) Démontrer que la suite (u_n) est strictement croissante.

4/ En déduire la valeur de l'entier n tel que les évènements A et B soient indépendants.

e1107

Une enquête est menée pour un concessionnaire automobile.

Chaque mois, une même population est amenée à choisir entre deux modèles de voiture A et B.

On considère que lors du premier sondage, le choix du modèle est fait au hasard, donc de probabilité $\frac{1}{2}$ pour A comme pour B.

On a remarqué que si une personne a choisi le modèle A, elle confirme ce choix le mois suivant, dans sept cas sur dix.

Par contre, si elle a choisi B, elle ne préfère B le mois suivant que dans un cas sur deux.

On note A_n l'événement « choisir le modèle A lors du n-ième sondage » et B_n l'événement « choisir le modèle B lors du n-ième sondage ».

On note p_n la probabilité de l'événement A_n et q_n celle de l'événement B_n.

1) Donner une relation entre p_n et q_n.

2) Calculer $p_{A_n}(A_{n+1})$ probabilité de réaliser A_{n+1} sachant A_n réalisé, puis $p_{B_n}(A_{n+1})$.

En déduire p_{n+1} en fonction de p_n.

3) Soit la suite numérique u telle que $u_n = p_n - \frac{5}{8}$.

Démontrer que u est une suite géométrique, dont on précisera le premier terme et la raison.

En déduire une expression de p_n en fonction de n.

4) Calculer la limite de p_n lorsque n devient infini. Interpréter le résultat.

e1736

Un fumeur décide de ne plus fumer.

On admet que s'il ne fume pas un jour donné, la probabilité qu'il ne fume pas le lendemain est 0,7. Mais, s'il succombe un jour donné, la probabilité qu'il ne fume pas le lendemain est 0,3.

1/ Calculer la probabilité p_n qu'il ne fume pas le $n^{\text{ième}}$ jour, en fonction de la probabilité p_{n-1} qu'il n'ait pas fumé pas le $n-1^{\text{ème}}$ jour.

2/ Soit la suite (u_n) telle que $u_n = p_n - \frac{1}{2}$. Montrer que la suite (u_n) est géométrique.

3/ Calculer u_n puis p_n en fonction de n.

e3701

Dans notre région, le temps évolue ainsi :

- S'il fait beau (noté B) un jour donné, il fait encore beau le lendemain, avec une probabilité de $\frac{5}{6}$,
- S'il pleut (noté P), il pleuvra le lendemain avec la probabilité $\frac{2}{3}$.

On est dimanche et il fait beau.

1/ Quelle est la probabilité

a) qu'il fasse beau mardi ?

b) qu'il pleuve mercredi ?

2/ Soit p_n la probabilité qu'il fasse beau dans n jours.

a) Sachant toujours que l'on est dimanche et qu'il fait beau, exprimer p_0.

b) Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.

c) Soit la suite (u_n) telle que $u_n = p_n - \alpha$, pour tout entier naturel n.

Déterminer α pour que la suite (u_n) soit géométrique.

Préciser son premier terme et sa raison, puis exprimer u_n et p_n en fonction de n.

d) Calculer $\lim\limits_{n \to \infty} u_n$ et $\lim\limits_{n \to \infty} p_n$. Qu'en déduire sur la probabilité qu'il fasse beau dans l'avenir.

e) Déterminer au delà de combien de jours on peut affirmer, avec un risque d'erreur inférieur à 1%, il fera beau 2 jours sur 3.