e3831

Un dé bien équilibré est lancé 5 fois.

a) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 3 fois le '6' ?

b) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois le '6' ?

c) Soit X la variable aléatoire qui mesure le nombre de '6' obtenus en 5 lancers.

Quelle est l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X ?

e3793

Une urne contient : 1 boule blanche, 1 boule rouge et 3 boules noires, toutes indiscernables au toucher.

1/ On tire une boule de l'urne. Calculer la probabilité p_1 pour qu'il reste dans l'urne des boules d'exactement deux couleurs.

2/ On tire successivement, sans remise, deux boules de l'urne. Calculer la probabilité p_2 pour qu'il reste dans l'urne des boules d'exactement deux couleurs.

3/ On tire simultanément deux boules de l'urne.

On désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre de couleurs des boules qui restent dans l'urne.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

e1817

Lors d'un examen, le jury procède au tirage au sort, de façon aléatoire, de 4 sujets parmi 20 qui sont au programme.

Un élève reconnaît n'avoir appris que 10 sujets parmi les 20 du programme.

On note X le nombre des sujets tirés que connaît l'élève.

1/ Quelle est la loi de probabilité de X ?

2/ Calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

e3551

Dans tout l'exercice, A et B étant deux évènements, $p(A)$ désigne la probabilité de A et $p(B/A)$ la probabilité de B sachant A réalisé (également noté $p_A(B)$).

1/ Le nombre de clients se présentant en cinq minutes dans une station-service est une variable aléatoire X, dont la loi de probabilité est :

i	0	1	2
$p_i = p(X = i)$	0,1	0,5	0,4

a) Définir et représenter graphiquement la fonction de répartition de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

2/ Dans cette station-service, la probabilité qu'un client achète de l'essence est 0,7 , celle qu'il achète du gazole est 0,3 .

Son choix est indépendant de celui des autres clients.

On considère les évènements suivants :

- C_1 : "en cinq minutes, un seul client se présente",
- C_2 : "en cinq minutes, deux clients se présentent",
- E : "en cinq minutes, un seul client achète de l'essence".

a) Calculer $p(C_1 \cap E)$.

b) Montrer que $p_{C2}(E) = 0,42$ et calculer $p(C_2 \cap E)$.

c) En déduire la probabilité qu'en cinq minutes un seul client achète de l'essence.

3/ Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de clients achetant de l'essence en cinq minutes.

Déterminer la loi de probabilité de Y.

e3735

1/ La loi de probabilité d'une variable aléatoire Y, définie sur l'univers d'une certaine expérience aléatoire, est définie par le tableau suivant :

a	-2	-1	0	1
Proba. de $Y = a$	1/5	2/5	4/15	2/15

Calculer la valeur exacte de :

a) L'espérance mathématique $E(Y)$ de la variable aléatoire Y.

b) La variance $V(Y)$ de la variable aléatoire Y.

2/ Un enfant se trouve devant six cages dans lesquelles se trouvent des oiseaux.

- L'une des cages contient cinq oiseaux,
- Deux autres cages contiennent quatre oiseaux,
- Chacune des trois dernières cages contient trois oiseaux.

L'enfant décide d'ouvrir au hasard la porte de deux des six cages, pour en libérer leurs occupants.

On note X la variable aléatoire comptant le nombre d'oiseaux ainsi libérés.

1/ Déterminer la loi de probabilité de X.

2/ Expliquer comment, à partir du 1/ on peut directement calculer $E(X)$, espérance mathématique de la variable aléatoire X, et $\sigma(X)$, son écart-type. Donner leurs valeurs.

3/ Calculer la probabilité pour qu'au moins huit oiseaux aient été libérés par l'enfant.

e4623

Un magasin de vêtements démarqués a reçu un important lot de chemisiers en coton. Le propriétaire du magasin constate que les chemisiers peuvent présenter deux types de défauts : un défaut de coloris ou un bouton manquant.

Il note aussi que :

- 4% de ces chemisiers présentent un défaut de coloris,
- 3% des chemisiers ont un bouton manquant,
- 2% des chemisiers ont à la fois un défaut de coloris et un bouton manquant.

Une cliente prend au hasard un chemisier dans un lot. On considère les évènements suivants :

- B : « le chemisier a un bouton manquant »,
- C : « le chemisier présente un défaut de coloris ».

1/ Calculer la probabilité des évènements suivants :

- D : « cette client prend un chemisier ayant au moins un défaut »,
- E : « cette client prend un chemisier ayant un seul défaut »,
- F : « cette client prend un chemisier sans défaut ».

2/ On sait que le chemiser qui intéresse la cliente présente un défaut de coloris. Quelle est la probabilité qu'il manque un bouton à ce chemisier » ?

3/ Une autre cliente prend au hasard deux chemisiers dans le lot. Ces choix peuvent être assimilés à un tirage au hasard, avec remise, dans le lot de chemisiers.

Quelle est la probabilité que sur les deux chemisiers choisis, un seul ait un bouton manquant ?

4/ Le propriétaire du magasin vend un chemisier sans défaut 40 euros. Il fait une remise de 20% si le chemisier a un seul défaut, et de 50% s'il a les deux défauts.

a) Etablir la loi de probabilité du prix de vente en euros, noté X, d'un chemisier.

b) Quel chiffre d'affaires le propriétaire peut-il espérer faire sur la vente de cent chemisiers ?

e0994

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 4. D'une urne contenant n boules blanches et n boules noires, on extrait simultanément quatre boules.

On admet que tous les tirages de quatre boules sont équiprobables et l'on désigne par X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de boules blanches obtenues.

1) Donner la loi de probabilité de X.

2) Calculer son espérance mathématique et montrer qu'il s'agit d'un nombre indépendant de n.

3) Sachant $n \geq 4$, soit $u_n = Prob\,(X = 2)$.

Quelle est la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$?

e1022

Quatre filles et trois garçons doivent subir l'épreuve orale d'un examen.

L'examinateur décide d'établir au hasard la liste fixant l'ordre de passage des candidats. Pour cela, il met les noms, supposés tous différents, des sept candidats dans une enveloppe.

1) Dans cette question, on suppose que l'examinateur procède à un tirage des sept noms l'un après l'autre.

On désigne par F_1 l'événement « Le premier candidat interrogé est une fille » et par F_2 l'événement « Le deuxième candidat interrogé est une fille ».

a/ Quelle est la probabilité que les deux premiers candidats interrogés soient des filles ?

b/ Quelle est la probabilité que le deuxième candidat interrogé soit une fille sachant que le premier interrogé fût une fille ?

c/ Quelle est la probabilité pour que le deuxième candidat interrogé soit une fille ?

2) On suppose maintenant que l'examinateur, voulant interroger seulement quatre candidats parmi les sept, procède à un tirage simultané de quatre noms.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de filles ainsi désignées.

a/ Quelle est la loi de probabilité de X ?

b/ Calculer l'espérance mathématique de X.

e1133

Dans tout l'exercice, A et B sont deux événements, $p(A)$ est la probabilité de A et $p_A(B)$ la probabilité de réaliser B sachant A réalisé (aussi noté $p(B/A)$).

1/ Le nombre de clients se présentant en cinq minutes dans une station-service est une variable aléatoire X dont on donne la loi de probabilité : $p_i = p(X = i)$

i	0	1	2
$\boldsymbol{p_i}$	0,1	0,5	0,4

a) Définir et représenter graphiquement la fonction de répartition de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

2/ Dans cette station-service, la probabilité qu'un client achète de l'essence est 0,7 ; celle qu'il achète du gazole est 0,3.

Son choix est indépendant de celui des autres clients.

On considère les événements suivants :

C_1 : « en cinq minutes, un seul client se présente » ;

C_2 : « en cinq minutes, deux client se présentent » ;

E : « en cinq minutes, un seul client achète de l'essence ».

a) Calculer $p(C_1 \cap E)$.

b) Montrer que $p_{C2}(E) = 0{,}42$ et calculer $p(C_2 \cap E)$.

c) En déduire la probabilité qu'en cinq minutes un seul client achète de l'essence.

3/ Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de clients achetant de l'essence en cinq minutes.

Déterminer la loi de probabilité de Y.

e3523

Un jeu consiste à tirer simultanément trois boules d'une urne contenant six boules blanches et quatre boules noires. On suppose tous les tirages équiprobables.

- Si les trois boules tirées sont rouges, le joueur gagne 100 € ,
- Si exactement deux boules sont rouges, il gagne 15 € ,
- Si une seule boule est rouge, il gagne 4 € ,
- Si toutes les boules sont blanches, il ne gagne rien.

Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeurs le gain en euros du jour, lors du jeu.

1/ Déterminer la loi de probabilité de X .

2/ Pour jouer une fois, la mise est de 10 € . Compte tenu de cette mise initiale, le jeu est-il favorable au joueur ?

3/ L'organisateur trouvant le jeu insuffisamment rentable, il envisage deux solutions :

- Soit, augmenter la mise de 1 € , en la faisant passer à 11 € ,
- Soit de diminuer chaque gain de 1 € , les faisant respectivement passer à 99, 14 et 3 € .

Quelle solution est la plus rentable pour l'organisateur ?

e1021

Une entreprise utilise des machines de type M constituées chacune de deux éléments E_1 et E_2 .

La défectuosité d'un seul de ces deux éléments, E_1 ou E_2 suffit à mettre la machine M en panne, et seul le mauvais fonctionnement de E_1 ou E_2 , peut mettre la machine M en panne.

Soient A_1 et A_2 les événements suivants :

A_1 : « L'élément E_1 tombe en panne » , A_2 : « L'élément E_2 tombe en panne » .

On suppose que A_1 et A_2 sont deux événements *indépendants* de probabilités respectives :

$p_1 = p(A_1) = 0{,}08$ et $p_2 = p(A_2) = 0{,}05$.

1) Calculer la probabilité pour que les deux éléments E_1 et E_2 soient simultanément hors service.

2) Calculer la probabilité p pour que la machine M soit en panne.

3) On note X la variable aléatoire égale au nombre d'éléments hors service.

a/ Déterminer la loi de probabilité de X .

b/ Vérifier que l'espérance mathématique de X est égale à $0{,}13$.

e4237

1/ Une grande enveloppe contient les douze figure d'un jeu de 32 cartes (4 rois, 4 dames, 4 valets) .

On tire simultanément et au hasard cinq cartes de l'enveloppe. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe le nombre de rois obtenus.

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

2/ Dans la même enveloppe de douze cartes, on effectue successivement le tirage d'une carte que l'on remet à chaque fois dans l'enveloppe. Soit Y la variable aléatoire dont la valeur est égale au nombre de rois obtenus au cours des cinq tirages.

Déterminer la loi de probabilité de Y et calculer son espérance mathématique.

e1758

Une usine fabrique des pièces qui peuvent présenter les défauts A et B .

Des études statistiques menées sur un effectif suffisamment grand pour que le prélèvement de pièces ne modifie pas les pourcentages de chaque populations montre que :

- 8% des pièces présentent le défaut A,
- Parmi celles présentant le défaut A, 15% ont le défaut B,
- Parmi celles ne présentant pas le défaut A, 5% ont le défaut B.

On prend une pièce produite au hasard, et on considère les évènements suivants :

- A : "La pièce présente le défaut A",
- B : "La pièce présente le défaut B".

1 – a) Calculer la probabilité pour qu'une pièce prise au hasard présente simultanément les deux défauts.

b) Calculer la probabilité pour qu'elle présente le défaut B, sans présenter le défaut A.

c) En déduire la probabilité de présenter le défaut B.

d) Les évènements A et B sont-ils indépendants ?

2/ Déterminer la probabilité de tirer une pièce ne présentant aucun des deux défauts.

3/ On prélève douze pièces au hasard, ce qui ne modifie pas les probabilités précédentes.

Soit X la variable aléatoire qui mesure le nombre de pièces sans défaut parmi ces 12 pièces.

a) Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. Préciser les paramètres de celle-ci.

b) Déterminer à 10^{-3} près la probabilité pour que 11 pièces au moins soient sans défaut.

*e*3071

Une urne contient des boules noires et des boules blanches. Le nombre de boules noires est le triple de celui des boules blanches.

1/ On tire au hasard une boule de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule noire ?

2/ On tire à présent trois boules successivement avec remise et l'on compte le nombre de boules noires obtenues, soit un nombre entre 0 et 3 .

a) Indiquer la loi de probabilité associée à cette expérience.

b) Quelle est l'espérance de cette loi ?

*e*1053

Un laboratoire doit analyser 200 échantillons pour déterminer ceux qui contiennent une substance S .

Des observations antérieures ont montré que la probabilité pour que l'un quelconque des échantillons contienne la substance S est $p = 0{,}05$.

Partie A - 1er Protocole :

Le laboratoire analyse chaque échantillon, un par un.

Soit X la variable aléatoire qui mesure le nombre d'échantillons contenant S.

1/ Quelle est la loi de probabilité de X ?

2/ Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de X .

Partie B - 2ème Protocole :

L'analyse des 200 échantillons prenant trop de temps, on les répartit au hasard en 50 groupes de 4 échantillons, numérotés de 1 à 50.

Les quatre échantillons de chaque groupe sont mélangés en un « échantillon de groupe » que l'on soumet à l'analyse.

Si cet échantillon de groupe contient la substance S , on analyse séparément chacun des quatre échantillons qui constituent le groupe, sinon on passe au groupe suivant.

1/ A chacun des 50 groupes, on associe l'évènement K «l'un au moins des 4 échantillons du groupe contient la substance S ».

Calculer la probabilité de K .

2/ Soit la variable aléatoire Y qui mesure le nombre de réalisations de K parmi les 50 groupes.

Calculer l'espérance mathématique $E(Y)$ de Y .

3/ Combien d'analyses en moyenne effectuera t'on avec ce protocole ?

4/ On suppose que 10 des 200 échantillons contiennent la substance S et qu'ils ont été répartis dans 10 groupes différents de 4 échantillons.

a) Combien d'analyses devra t'on effectuer au total ?

b) Expliquer pourquoi ce résultat est supérieur à celui du 3/.

e3539

Une classe terminale comporte 30 élèves, dont 20 filles.

A chaque cours de mathématiques, le professeur de cette classe interroge un élève au hasard. D'un cours à l'autre, le professeur ne se rappelle pas de l'élève interrogé au cours précédent, ce qui fait qu'à chaque cours, le choix de l'élève par le professeur est indépendant des choix précédents.

1/ Quelle est la probabilité pour qu'à un cours donné, l'élève interrogé soit une fille ?

2/ Soit n un entier positif ou nul.

On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de filles interrogées au cours de n cours de mathématiques consécutifs.

a) Quelle est la loi de probabilité de X ?

b) Quelle est la probabilité que le nombre de filles interrogées soit égal à 4 durant 10 cours consécutifs ?

c) Quel doit être le minimum de cours consécutifs pour que la probabilité qu'aucune fille ne soit interrogée soit inférieure à 0,001 ?

d) Durant un trimestre, il y a 36 cours de mathématiques. Quel nombre de filles interrogées peut-on espérer ?

e4022

La scène se passe en haut d'une falaise au bord de la mer. Pour trouver une plage et aller se baigner, les touristes ne peuvent choisir qu'entre deux plages, l'une à l'Est et l'autre à l'Ouest.

A - Un touriste se retrouve deux jours consécutifs en haut de la falaise. Le premier jour, il choisit au hasard l'une des deux directions. Le second jour, on admet que la probabilité qu'il choisisse une direction opposée à celle prise la veille vaut 0,8 .

Pour $i = 1$ ou $i = 2$, on note E_i l'évènement : "Le touriste se dirige vers l'Est le *i-ième* jour" et O_i l'évènement : "Le touriste se dirige vers l'Ouest le *i-ième* jour".

1/ Dresser un arbre de probabilités décrivant la situation.

2/ Déterminer les probabilités suivantes : $p(E_1)$, $p_{E1}(O_2)$, $p(E_1 \cap E_2)$.

3/ Calculer la probabilité que ce touriste se rende sur la même plage deux jours consécutifs.

B - On suppose que maintenant que n touristes $(n \geq 3)$ se retrouvent un jour en haut de la falaise.

Ces n touristes veulent tous se baigner et chacun d'eux choisit au hasard et indépendamment des autres l'une des deux directions.

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de ces touristes qui choisissent la page à l'Est.

1/ Déterminer la probabilité que k touristes $(0 \leq k \leq n)$ partent en direction de l'Est.

2/ On suppose ici que les deux plages considérées sont désertes au départ. On dit qu'un touriste est *heureux* s'il se retrouve seul sur une plage.

a) Peut-il y avoir deux touristes heureux ?

b) Démontrer que la probabilité, notée p, qu'il y ait un touriste *heureux* parmi ces n touristes vaut : $p = \dfrac{n}{2^{n-1}}$.

c) *Application numérique :*

Lorsque le groupe comprend 10 personnes, exprimer la probabilité, arrondie au centième, qu'il y ait un touriste heureux parmi les 10 participants.