Suites Numériques – Exercices corrigés – Niveau 1 : Cours 1

Généralités

Exercice 1 Corrigé

1/ On considère les suites u , v et w définies sur $\mathbb{N}$ par :

$u_n = 3n + 1 \qquad v_n = \dfrac{n}{n+1} \qquad w_n = -n^2 + 2n - 1$.

Calculer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

2/ On considère les suites u , v et w définies sur $\mathbb{N}$ par :

$u \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases} \quad v : \begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \dfrac{v_n}{v_n + 1} \end{cases} \quad w : \begin{cases} w_0 = 2 \\ w_{n+1} = -w_n^2 + 2w_n - 1 \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Calculer les cinq premiers termes de chacune de ces suites.

Exercice 2 Corrigé

Etudier le sens de variation des suites numériques suivantes :

a) $u_n = \dfrac{2n+1}{3n+1}$ b) $u_n = \dfrac{-n+4}{-2n+5}$.

Exercice 3 Corrigé

Etudier le sens de variation des suites numériques suivantes :

a) $u_n = -\left(\dfrac{5}{4}\right)^n$ b) $u_n = \dfrac{5^{n+1}}{4^n} + 3$.

Exercice 4 Corrigé

Soit la suites numérique $\{u_n\}$ telle que $u_n = \dfrac{5n}{2+n^2}$, quel que soit n entier naturel.

1/ Cette suite est-elle monotone, majorée, minorée ?

2/ A partir de quel rang est-elle strictement décroissante ?

Suites Numériques – Corrigés – Niveau 2 : Cours 1

Généralités

Exercice 5 Corrigé

La suite (u_n) est définie par $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \text{Pour tout } n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = -u_n^2 + 5u_n - 4 \end{cases}$.

1/ Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

2/ Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .

3/ Quelle valeur aurait-il fallu donner à u_0 pour que la suite soit constante ?

Exercice 6 Corrigé

Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0 = a$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = \dfrac{u_n + 1}{u_n - 1}$.

1/ Calculer les cinq premiers termes de la suite. Que peut-on conjecturer ?

2/ Pour tout entier naturel n , exprimer u_{n+2} en fonction de u_n . Conclure.

Exercice 7 Corrigé

Soit la suite u telle que $u_n = \dfrac{n(n+2)}{(n+1)^2}$ pour tout entier naturel n .

A - Approche « récurrente » :

1/ Vérifier $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout entier n .

2/ Montrer que la suite u est croissante. Qu'en conclure ?

3/ Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

B - Approche « fonctionnelle » : Soit f définie sur $[0 ; +\infty[$ telle que $f(x) = \dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2}$.

1/ Montrer que f est continue, strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

2/ Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3/ Expliquer pourquoi l'approche « fonctionnelle » permet d'obtenir les résultats cherchés dans la partie A , alors qu'elle n'aurait pas été applicable si on avait définie u par $u_{n+1} = \dfrac{u_n (u_n + 2)}{(u_n + 1)^2}$.