

Inéquations du 1^{er} Degré ou s'y rattachant.

A : Binôme du 1^{er} degré en x :

Tout terme en addition ou soustraction change de membre en changeant de signe mais **sans changement de sens** de l'inéquation

$$x + b \leq a \Leftrightarrow x \leq a - b \quad \text{et} \quad x - b \leq a \Leftrightarrow x \leq a + b$$

$$x - 5 > 2 \Leftrightarrow x > 2 + 5 \Leftrightarrow x > 7, \text{ soit } S =]+7 ; +\infty[.$$

Un nombre **positif** en **multiplication ou division** change de membre, sans changement de signe, et

sans changement de sens de l'inéquation : Si **$a > 0$** alors $a \times x \leq b \Leftrightarrow x \leq \frac{b}{a}$.

$$3x \leq +4 \Leftrightarrow x \leq +\frac{4}{3} . \text{ Pas de changement de sens de l'inéquation, car « 3 », par}$$

lequel on divise, est positif.

Tout terme **négatif** en **multiplication ou division** change de membre, sans changement de signe, mais

en changeant le sens de l'inéquation : Si **$a < 0$** alors $a \times x \leq b \Leftrightarrow x \geq \frac{b}{a}$.

$$x > +3 \Leftrightarrow -5 \times x < -5 \times 3 \Leftrightarrow -5x < -15.$$

On multiplie par « - 5 » nombre négatif, donc on change le sens de l'inéquation.

Binôme du premier degré - Tableau de signe

$$\text{Si } a > 0 \text{ alors } ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b \Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}.$$

$$\text{Si } a < 0 \text{ alors } ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b \Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}.$$

Le trinôme du premier degré $ax + b$ est du signe de a , après sa racine $-\frac{b}{a}$, valeur qui l'annule.

Ce que résume le tableau suivant :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	$\text{sgn}(-a)$	0	$\text{sgn}(a)$

Exemples :

a) Tableau de signes de $3x + 2$, qui admet pour racine $x = -\frac{2}{3}$ (valeur qui l'annule)

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
$3x + 2$	$-$	0	$+$

Ce tableau signifie que si l'on choisit $x < -\frac{2}{3}$, le résultat sera négatif, et positif pour les $x > -\frac{2}{3}$.

On retient : $a = +3$ positif $\Leftrightarrow 3x + 2$ positif après la racine (signe de a après la racine)

b) Tableau de signes de $-2x + 4$, qui admet pour racine $x = +2$ (valeur qui l'annule)

x	$-\infty$	$+2$	$+\infty$
$-2x + 4$	$+$	0	$-$

Le tableau signifie que si l'on choisit $x < +2$, le résultat sera positif, et négatif pour les $x > +2$

On retient : $a = -2$ négatif $\Leftrightarrow -2x + 4$ négatif après la racine (signe de a après la racine)

B : Produit et Rapport de Binômes du 1^{er} degré en x :

D'une façon générale, il faut **ramener les inéquations proposées à des produits ou des rapports** dont on dresse le **tableau de signes** à l'aide de la règle des signes (valable en multiplication comme en division)

Exemple : Résoudre $(2x - 3)(-x + 4) > 0$

Les racines des facteurs de ce produit sont : $+\frac{3}{2}$ et $+4$, d'où le tableau de signes :

x	$-\infty$	$+3/2$	$+4$	$+\infty$
$2x - 3$	-	0	+	+
$-x + 4$	+		+	0
$(2x - 3)(-x + 4)$	-	0	+	0

Sur la dernière ligne : Le produit est positif, comme demandé, si $+\frac{3}{2} < x < +4$.

Donc : $S =]+\frac{3}{2}; +4[$.

Exemple : Résoudre $\frac{x + 2}{-2x + 5} \leq 0$.

Les racines des facteurs de ce rapport sont : -2 et $+\frac{5}{2}$, d'où le tableau de signes :

x	$-\infty$	-2	$+5/2$	$+\infty$
$x + 2$	-	0	+	+
$-2x + 5$	+		+	0
$\frac{x + 2}{-2x + 5}$	-	0	+	

Sur la dernière ligne : Le produit est négatif ou nul, comme demandé, si $x \leq -2$ ou si $x > +\frac{5}{2}$.

Les deux barres (||) de la ligne du résultat expriment le fait que $x = +\frac{5}{2}$, qui annule le dénominateur

est une valeur interdite : $S =]-\infty; -2[\cup]+\frac{5}{2}; +\infty[$.

Un tableau de signes, s'il contient plus d'un monôme $ax + b$, n'a de sens que pour des expressions en produit ou en rapport.

Le second membre de l'inéquation doit obligatoirement être nul (un tableau de signes compare avec 0)..