Equations du 1^er^ Degré ou s'y rattachant.

A : Produit de Binômes du 1^er^ degré en x :

Pour qu'un produit soit nul , **Je mémorise : $A \times B = 0 \rightarrow A = 0$ ou $B = 0$.**

il faut et il suffit que l'un des facteurs du produit soit nul.

$$(ax+b)(a'x+b') = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} ax+b=0 \Leftrightarrow x_1 = -\dfrac{b}{a} \\ \text{ou} \\ a'x+b'=0 \Leftrightarrow x_2 = -\dfrac{b'}{a'} \end{array} \right\} \text{, d'où : } S = \{ -\frac{b}{a} ; -\frac{b'}{a'} \}$$

Exemple :

$$(2x+3)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2x+3=0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{3}{2} \\ \text{ou} \\ x-2=0 \Leftrightarrow x=+2 \end{array} \right\} \text{, d'où : } S = \{ -\frac{3}{2} ; +2 \} ,$$

valeurs de x annulant le produit.

Jusqu'en classe de 2nde comprise, pour résoudre une équation de degré 2 ou supérieur, il faut factoriser des binômes dans l'équation proposée, et s'ssurer d'un second membre nul.
A partir de la 1ère Générale, il existe une méthode de résolution directe (discriminant).

Exemple : Soit à résoudre $2x^2 - x - 6 = 0$ dans $\mathbb{R}$.

Méthode 1^ère^ Générale : $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(2)(-6) = 49 = 7^2$.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-7}{4} = -\frac{3}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+7}{4} = +2 \text{ , soit } S = \{ -\frac{3}{2} ; +2 \} .$$

Méthode 2^nde^ : On doit avoir été aidé pour factoriser le trinôme du 2^nd^ degré.

a) Vérifier que $2x^2 - x - 6 = (2x+3)(x-2)$: $(2x+3)(x-2) = 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 2x^2 - x - 6$.

b) Ensuite, on utilise la méthode de résolution précédente du produit de binômes.

B : Formes dérivées de produits de Binômes du 1^er degré en x :

1/ Factorisation préalable à la résolution :

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(5x-2)^2-(x+1)(5x-2)=0$.

En 1ère, il suffit de développer et résoudre l'équation du second degré obtenue par la méthode du discriminant.

Jusqu'en 2nde, on utilise la factorisation préalable de $5x-2$, terme commun aux deux termes du 1er membre :

$(5x-2)\underline{(5x-2)}-(x+1)\underline{(5x-2)}=(5x-2)[(5x-2)-(x+1)]=(5x-2)(5x-2-x-1)$,

soit $(5x-2)(4x-3)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 5x-2=0 \Leftrightarrow x=+\frac{2}{5} \\ \text{ou} \\ 4x-3=0 \Leftrightarrow x=+\frac{3}{4} \end{array}\right\}$, d'où : $S=\{+\frac{2}{5};+\frac{3}{4}\}$.

Les factorisations préalables peuvent être moins évidentes, et nécessiter quelques efforts de mise en évidence :

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2(3x-5)(2x+6)-(x+1)(3x+9)=0$.

Il faut mettre en évidence le facteur commun aux deux termes du 1er membre :

$2(3x-5)\underline{(2x+6)}-(x+1)\underline{(3x+9)}=2(3x-5)\mathbf{2}\underline{(x+3)}-(x+1)\mathbf{3}\underline{(x+3)}$,

soit $4(3x-5)\underline{(x+3)}-3(x+1)\underline{(x+3)}=\underline{(x+3)}[4(3x-5)-3(x+1)]=(x+3)(9x-23)$,

$(x+3)(9x-23)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} x+3=0 \Leftrightarrow x=-3 \\ 9x-23=0 \Leftrightarrow x=+\frac{23}{9} \end{array}\right\}$, d'où $S=\{-3;+\frac{23}{9}\}$.

2/ Factorisation de forme A^2-B^2 : $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(4x+1)^2-(x+2)^2=0$.

$(4x+1)^2-(x+2)^2=[(4x+1)+(x+2)]\,[(4x+1)-(x+2)]=(4x+1+x+2)\,(4x+1-x-2)$

soit $(5x+3)(3x-1)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 5x+3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{5} \\ \text{ou} \\ 3x-1=0 \Leftrightarrow x=+\frac{1}{3} \end{array}\right\}$, d'où : $S=\{-\frac{3}{5};+\frac{1}{3}\}$.

Variante : **Résoudre dans $\mathbb{R}$:** $(3x-1)^2-4(x+1)^2=0$.

$(3x-1)^2-\mathbf{4}(x+1)^2=(3x-1)^2-[\mathbf{2}(x+1)]^2=(3x-1)+\mathbf{2}(x+1)]\,[(4x-1)-\mathbf{2}(x+1)]$,

soit $(3x-1+2x+2)\,(3x-1-2x-2)=(5x+1)(x-3)$.

$(5x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 5x+1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{5} \\ \text{ou} \\ x-3=0 \Leftrightarrow x=+3 \end{array}\right\}$, d'où : $S=\{-\frac{1}{5};+3\}$.

Exercices Complémentaires :

1/ **Résoudre dans $\mathbb{R}$:** $(2x-1)^2 = 2-4x$.

- Rendre nul le second membre : $(2x-1)^2 + 4x - 2 = 0$.
- Faire apparaître un facteur commun : $(2x-1)^2 + \underline{2(2x-1)} = (2x-1)[(2x-1)+2]$,

$$(2x-1)(2x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \Leftrightarrow x = +\frac{1}{2} \\ 2x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ d'où : } S = \{ -\frac{1}{2} ; +\frac{1}{2} \} .$$

2/ *Forme dégénérée* 1 : **Résoudre dans $\mathbb{R}$:** $(2x+3)(2x+1) - (4x+1)(x-1) = 0$.

Aucune factorisation n'apparaît, on ne peut que développer … et espérer une simplification !

$(2x+3)(2x+1) - (4x+1)(x-1) = (4x^2 + 2x + 6x + 3) - (4x^2 - 4x + x - 1)$,

soit $(4x^2 + 8x + 3) - (4x^2 - 3x - 1) = \mathbf{4x^2} + 8x + 3 - \mathbf{4x^2} + 3x + 1 = 11x + 4$.

$11x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{11}$, soit $S = \{ -\frac{4}{11} \}$.

Par chance, les termes en x^2 se sont éliminés.

3/ *Forme dégénérée* 2 : **Résoudre dans $\mathbb{R}$:** $(x-2)(3x+1) + x(x+5) = 0$.

Aucune factorisation n'apparaît, on ne peut que développer … et espérer une simplification !

$(x-2)(3x+1) + x(x+5) = (3x^2 + x - 6x - 2) + (x^2 + 5x) = 3x^2 - 5x - 2 + x^2 + 5x = 4x^2 - 2 = 0$.

$$4x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = +\frac{1}{\sqrt{2}} = +\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}, \text{ soit } S = \{ -\frac{\sqrt{2}}{2} ; +\frac{\sqrt{2}}{2} \} .$$

Par chance, les termes en x se sont éliminés.

4/ *Forme dégénérée* 3 : **Résoudre dans $\mathbb{R}$:** $(x-3)(x+1) + (2x-3)(x-1) = 0$.

Aucune factorisation n'apparaît, on ne peut que développer … et espérer une simplification !

$(x-3)(x+1) + (2x-3)(x-1) = (x^2 + x - 3x - 3) + (2x^2 - 2x - 3x + 3) = 3x^2 - 7x = x(3x-7)$.

$$x(3x-7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x-7=0 \Leftrightarrow x = +\frac{7}{3} \end{cases}, \text{ d'où : } S = \{ 0 ; +\frac{7}{3} \} .$$

Par chance, les termes constants se sont éliminés.