**Résoudre dans $\mathbb{R}$ : $\ln(\sqrt{x-1}) = -\frac{3}{4}$.**

$\sqrt{x-1}$ impose $x \geq 1$, mais $\ln A$ impose $A > 0$, soit également $x \neq 1$.

Le domaine de définition de cette équation est $D = ]1 ; +\infty[$.

On sait : $\ln\sqrt{A} = \frac{1}{2}\ln A$ :

$\ln(\sqrt{x-1}) = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\ln(x-1) = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow \ln(x-1) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \ln(x-1) = -\frac{3}{2}\ln e$.

On sait : $p.\ln A = \ln(A^p)$ pour tout $p \in \mathbb{Q}$.

D'où : $\ln(x-1) = \ln(e^{-3/2})$.

Par ailleurs : $\ln A = \ln B \Leftrightarrow A = B$ (injectivité du logarithme).

On déduit : $x - 1 = e^{-3/2} \Leftrightarrow x = 1 + e^{-3/2} \approx 1{,}22$.

*Autre présentation* : $x = 1 + \frac{1}{\sqrt{e^3}} = 1 + \frac{1}{e\sqrt{e}}$.

Conclusion : $S = \{ 1 + \frac{1}{e\sqrt{e}} \}$.