Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\ln(x-1) - \ln(x+2) = \ln(3-x)$.

On sait que $\ln(A)$ n'est défini (calculable) que si $A > 0$.

Ce qui impose $\begin{cases} x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \\ x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2 \\ 3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3 \end{cases}$. On déduit que le domaine de définition de l'équation est $D =]1\,;3[$.

L'objectif est de se ramener à une forme $\ln A = \ln B$, pour déduire $A = B$ (injectivité du logarithme).

On peut utiliser $\ln(A) - \ln(B) = \ln\left(\frac{A}{B}\right)$, mais $\ln(A) + \ln(B) = \ln(AB)$ est plus pratique.

$\ln(x-1) - \ln(x+2) = \ln(3-x) \Leftrightarrow \ln(x-1) = \ln(x+2) + \ln(3-x)$.

$\ln(x-1) = \ln[(x+2)(3-x)] \Leftrightarrow x - 1 = (x+2)(3-x) \Leftrightarrow x - 1 = -x^2 + x + 6$.

D'où : $x^2 = +7 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \text{ (hors domaine)} \\ x = +\sqrt{7} \text{ valable} \end{cases}$.

On déduit : $S = \{+\sqrt{7}\}$.