

**Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :** 
$$\begin{cases} \ln(x) - \ln(y) = \ln(3) - 2.\ln(2) \\ x + y = 7 \end{cases} .$$

Les logarithmes népériens utilisés imposent  $x > 0$  et  $y > 0$ .

Par ailleurs :  $\ln A - \ln B = \ln \frac{A}{B}$  et  $n.\ln A = \ln(A^n)$ .

D'où :  $\ln(x) - \ln(y) = \ln(3) - 2.\ln(2) \Leftrightarrow \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln\left(\frac{3}{2^2}\right) = \ln\left(\frac{3}{4}\right)$ .

On sait que :  $\ln A = \ln B \Leftrightarrow A = B$  (injectivité du logarithme).

On déduit :  $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln\left(\frac{3}{4}\right) \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{4}$  ou  $4x = 3y$ .

Sachant  $x + y = 7 \Leftrightarrow 3x + 3y = 21 \Leftrightarrow 3x + 4x = 21 \Leftrightarrow 7x = 21 \Leftrightarrow x = +3$ .

Comme  $x + y = 7$ , on déduit :  $y = +4$ .

Le système proposé admet pour couple solution unique  $(x ; y) = (+3 ; +4)$ .